פיסיקה

פרקי חשמל ומגנטיות

חלק ב' - פרקי מגנטיות

צוות הפיתוח.
בת שבע אלון
אסתר בגנו
צבי גלר
אורי גניאל
קורינה פולינגר
שלמה רוזנפלד

מהדורת ניסוי

המחלקה להוראת המדעים, מכון ויצמן למדע

יוצא לאור במסגרת
המרכז הישראלי להוראת המדעים ע"ש עמוס דה-שליט
מיסודם של
משרד החינוך והתרבות , האוניברסיטה העברית בירושלים ומכון ויצמן למדע, רחובות

סדר מחשב: אבי טל
צילומים: שלום נידם
גרפיקה: שלומית זהרוני
אסנת סברגילי
חגית נתן

מכון ויצמן למדע
משרד החינוך והתרבות והספורט
דפוס מאירי בע״מ
תשנ״ט - 1998

תוכן העניינים
כרך ב

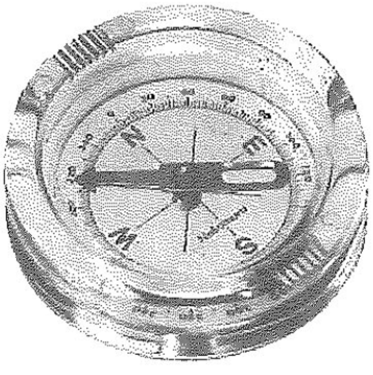
פרק ו
הכוח המגנטי והשדה המגנטי

1-ו מבוא

רוב בני האדם "נמשכים" למגנטים. אלברט אינשטיין, שכתב את סיפור חייו בגיל 67 , נזכר בצעצוע שקיבל מאביו בהיותו בן ארבע. אותו צעצוע היה מצפן, ורגש הפליאה שזה עורר בו ליווה את אינשטיין כל ימי חייו.

פעולת המצפן (תרשים ו-1), ששימושיו לגילוי ולמדידת זרמים חשמליים הוזכרו בפרק ד', מבוססת, כידוע, על קיומם של כוחות מגנטיים, כוחות בהם חשים, למשל, כשמנסים להצמיד שני מגנטים "נגד רצונם".

בחיי היומיום יש למגנטים תפקידים פשוטים - להצמיד פתק למקרר, או בורג למברג; במדע ובטכנולוגיה יש להם שימושים מרשימים יותר, כמו להפוך אנרגיה חשמלית לאנרגיה מכנית במנועי מעלית או במנועים של רכבות חשמליות, להטות ממסלולן אלומות אנרגטיות של חלקיקים טעונים במאיצי חלקיקים, או לכלוא גז שהטמפרטורה שלו מאה מיליון קלווין בכור מיזוג גרעיני. המגנטיות, בדומה לחשמל, מככבת בתופעות טבע ובפיתוחים טכנולוגיים המהווים חלק בלתי נפרד מחיינו: מגנטיות כדור הארץ עוזרת לנו לנווט באמצעות מצפנים, ולציפורים - באמצעות מערכות ביולוגיות שהתפתחו במהלך האבולוציה. היא מספקת מידע על ההתפתחות הגיאולוגית של כוכב הלכת שלנו, ומגינה עלינו מקרינה מזיקה. רשמקולים, מכשירי וידאו, שפופרות טלוויזיה, מנועים חשמליים, מחשבים, תחנות הספק להפקת אנרגיה חשמלית - כל אלה לא היו מתאפשרים בלי המגנטיות.



תרשים ו-1

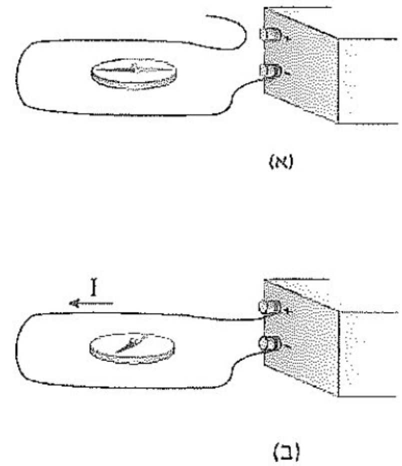
2-ו מגנטים ותופעות מגנטיות - סקירה היסטורית קצרה

קיומם של סלעים המושכים אליהם עצמים עשויים ברזל היה ידוע כבר לפני אלפי שנים. למינרל שבסלעים אלה ניתן השם "מגנטיט", על שמו של המחוז מגנזיה שבאסיה הקטנה (תורכיה), שם נמצאו גושי סלע בעלי תכונות אלה. המילים "מגנט" ו"מגנטיות" נגזרו, כמובן, מאותו המקור.

אם מקרבים פיסות ברזל אל מגנט, הברזל רוכש תכונות מגנטיות. יורדי הים ניווטו באמצעות מצפנים כבר לפני שמונה מאות שנה, ואולי אפילו מוקדם יותר.

המצפנים הכילו מגנט טבעי או ברזל ממוגנט.

וויליאם גילברט (William Gilbert), הרופא האנגלי שחקר לראשונה באופן שיטתי תופעות חשמליות ומגנטיות, העלה בשנת 1600 את ההשערה, שהתנהגות המצפן נובעת מכך שכדור-הארץ הוא בעצמו מגנט טבעי ענקי. בעקבות גילברט, שעמד על הקשר שבין הקטבים הגיאוגרפיים של כדור הארץ לקטבים המגנטיים, נקבעו המונחים "קוטב מגנטי צפוני" ו"קוטב מגנטי דרומי" לגבי מוט מגנטי.



תרשים ו-2

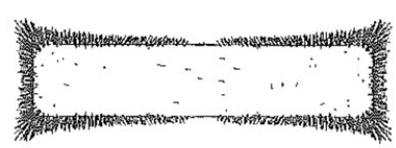
המגנטיות לא קושרה לחשמל עד לשנת 1820, כאשר הדני קריסטיאן ארסטד (Christian Oersted) גילה כי תייל שבו זורם זרם חשמלי גורם, בדרך כלל, לסטייה של מחט מצפן (תרשים ו-2). זה היה ניסוי ראשון ב"אלקטרומגנטיות".

פיסיקאים רבים המשיכו והרחיבו את מחקריו של ארסטד; בלט ביניהם הצרפתי אנדרה אמפר (André Ampère), שגילה וניסח כמה מחוקי היסוד של האלקטרומגנטיות. שנים אחדות לאחר מכן, גילו פאראדיי (Faraday) באנגליה, וג'וזף הנרי (Joseph Henry) בארצות הברית, כי הזזת מגנט בקרבת לולאה מוליכה עשויה לגרום לזרימת זרם חשמלי בלולאה, וכי זרם משתנה בלולאה אחת עשוי לגרום לזרימת זרם בלולאה אחרת בקרבתה; זוהי התופעה של "השראה אלקטרומגנטית".

תופעות אלה ותופעות אחרות, שנדון בהן בהמשך לימודינו, מעידות על הקשר ההדוק הקיים בין מגנטיות ובין מטענים חשמליים הנמצאים בתנועה. קשר זה מצא את ביטויו המושלם בתאוריה של השדה האלקטרומגנטי, אותה פירסם הפיסיקאי הסקוטי הדגול ג'יימס מקסוול (James Maxwell), בשלהי העשור של 1860. מקסוול תאר את הקשרים בין השדות החשמלי והמגנטי במשוואות הנקראות על שמו. משוואות מקסוול, יחד עם עבודתו של ניוטון ועם התרמודינמיקה, מהווים את היסוד העיקרי של הפיסיקה הקלסית.

ו-3 תכונות של מגנטים; קטבים ודיפולים מגנטיים

התכונות העיקריות של מגנטים מוכרות לכם, אולי, מנסיונכם היומיומי ומלימודיכם הקודמים. אנחנו נחזור ונסקור אותן כאן, בקצרה.


תרשים ו-3

אם נטבול מגנט, שצורתו מוט ישר, בנסורת ברזל, ונוציא אותו משם, נמצא שמרבית הנסורת "נדבקה" למוט ליד קצותיו, וכמעט אין נסורת באמצעו (תרשים ו-3).

קצות המגנט, שבהם כוח המשיכה המגנטי חזק ביותר, נקראים "קטבים מגנטיים". אם נתלה מוט מגנטי באמצעו, או נניח לו לצוף באופן שיהיה חופשי להסתובב אופקית בכל כיוון, הוא יתייצב בכיוון צפון-דרום. יתר-על-כן, אחד הקטבים "יצביע" תמיד בכיוון הצפון, ואם ננסה לסובב את המגנט במאה ושמונים מעלות באופן שקוטב זה יצביע לדרום, יתהפך המגנט ויחזור למצבו הקודם. קוטב המגנט הפונה צפונה נקרא הקוטב הצפוני של המגנט, והקוטב האחר הוא הקוטב הדרומי שלו.

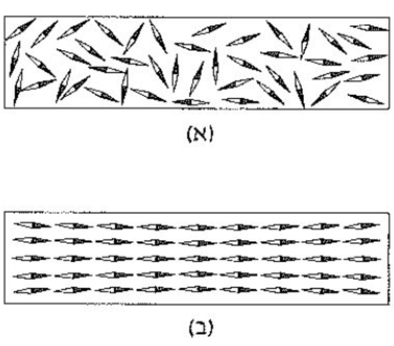
אם נקרב זה לזה שני מגנטים התלויים באופן חופשי, הקטבים שווי השם (צפוניים או דרומיים) יתרחקו זה מזה, ואילו הקטבים שוני השם יתקרבו זה לזה; כלומר: קטבים דומים (שווי שם) דוחים זה את זה, אך קטבים שונים (שוני שם) נמשכים זה לזה.

המושג "קוטב מגנטי" מוגבל ביכולתו לתאר תופעות מגנטיות, ובמובנים מסויימים הוא אף מטעה. אין עדות לכך שקיים "מונופול" - קוטב מגנטי יחיד מבודד; קטבים מגנטיים מופיעים תמיד בזוגות. אם מנסים לבודד קוטב על ידי חיתוך מגנט-מוט לשני חלקים, לא מקבלים שני קטבים מבודדים, כי אם שני מגנטים קטנים יותר, שכל אחד מהם הוא עדיין דיפול (דו-קוטב) מגנטי.

ניסויים רבים לגילויו או לבידודו של מונופול מגנטי נערכו עד כה, אך בלא הצלחה. אילו היה קיים מונופול מגנטי היו לכך השלכות מרחיקות לכת על התיאוריות הפיסיקליות המקובלות.

כאשר מעבירים את קצהו האחד של מוט מגנטי, כלומר את אחד הקטבים שלו, לאורך מוט ברזל או פלדה בכיוון אחד, נעשה מוט זה למגנט אף הוא. הוא "מתמגנט".

אם המוט שהתמגנט עשוי פלדה, תישאר בו תכונת המגנטיות, ואילו מוט העשוי מסוג ברזל הנקרא "ברזל רך" שהתמגנט מאבד את תכונותיו המגנטיות מייד. על-כן מכינים מגנטים קבועים מפלדה קשה, או ממסגים של מתכות השומרות על התכונות המגנטיות שלהן, בדומה לפלדה.



(א)

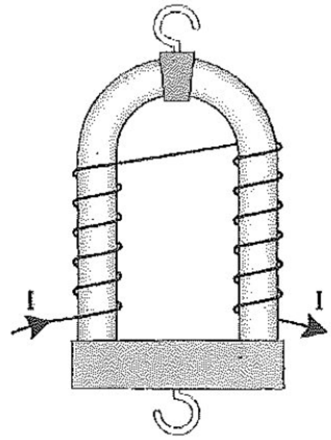
(ב)

תרשים ו-4

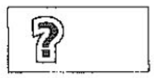
הסבר חלקי לעובדות אלה אפשר לבסס על ההנחה שכל אטום (או קבוצת אטומים) במוט הממוגנט הוא עצמו מגנט זעיר. כשהמוט במצבו הרגיל (הלא ממוגנט), מגנטים זעירים אלה מפוזרים בו בצורה אקראית, בכל הכיוונים האפשריים, וכתוצאה מכך אין המגנטיות שלהם מורגשת (תרשים ו-4, א'). כאשר ממגנטים את המוט, המגנטים הזעירים מסתדרים באותו כיוון, והקוטב הצפוני של כל אחד מהם מופנה לקוטב הדרומי של הנמצא אחריו (תרשים ו-4, ב'). כשהמגנטים הזעירים מסודרים בצורה זו, המוט ממוגנט מיגנוט מירבי.

עתה, אם מכים על המוט בחוזקה בפטיש, או אם מחממים אותו לטמפרטורות גבוהות, מופרע הסדר הזה והמוט מאבד את המגנטיות שלו.

לאחר שנתגלתה, בשנת 1820, הפעולה המגנטית של הזרם החשמלי, העלה אמפר את ההשערה שהתכונות המגנטיות של חומרים נקבעות על ידי זרמים חשמליים זעירים באטומים ובמולקולות. רק במאה ה-20, בעזרת תורת הקוונטים, הגיעו הפיסיקאים להבנה מקיפה ועמוקה של תכונות אלה. במסגרת ספר זה לא נוכל לעסוק בכך, אך נתיחס, בהמשך, למיון החומרים על פי תכונותיהם המגנטיות.

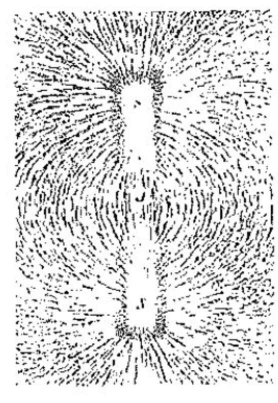


תרשים ו-5



אלקטרומגנט הוא מכשיר הפועל כמגנט כאשר זרם חשמלי עובר דרך סליל של חוטים מוליכים הכרוכים סביב ליבת ברזל (תרשים ו-5).
מה תפקיד ליבת הברזל באלקטרומגנט, ומדוע הליבה צריכה להיות מברזל רך, ולא מפלדה?

ו-4 שדות מגנטיים ומיפויים בעזרת מצפנים ונסורת ברזל


תרשים ו-6

מפזרים נסורת ברזל על לוח זכוכית המונח על מוט מגנטי, ודופקים קלות על הלוח, כדי להקטין את החיכוך ולאפשר לנסורת לנוע ולהסתדר על פני הלוח באופן חופשי. הנסורת מסתדרת בסביבת המוט המגנטי (תרשים ו-6) בתבנית הדומה לזו שנוצרת כאשר גרגירים ארוכים (של סולת, למשל) הצפים על פני נוזל מתאים (שמן, לדוגמה) נמצאים בקרבתו של דיפול חשמלי (ראה חלק א' - פרקי חשמל, עמוד 59, תרשים ב-17) *.

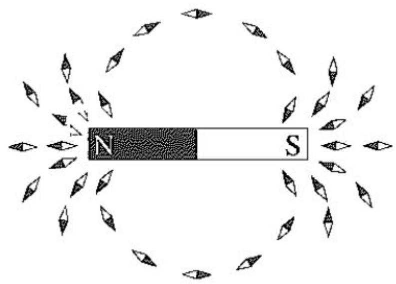
לגבי הגרגירים הארוכים של הסולת למדנו שהשדה החשמלי של הדיפול הופך אותם לדיפולים חשמליים מושרים, ואלה, בהשפעת הכוחות שמפעיל עליהם השדה החשמלי, מסתובבים, מתיישרים ומסתדרים לאורך קווי השדה.

במובן מסוים, מצב דומה קיים לגבי חלקיקי נסורת הברזל בקרבתו של המוט המגנטי.

---

* מהשוואת התרשימים אנו למדים שהקטבים של המוט המגנטי אינם נקודתיים; מסתבר, אפוא, שהדמיון בין שתי התבניות הוא חלקי בלבד.

בהשפעת הכוחות המגנטיים שמפעיל המוט, חלקיקי הנסורת מתמגנטים, ומסתדרים בקווים עקומים לאורך המגנט ובקרבתו. אם נשים מחט מגנטית קטנה של מצפן בקרבת המוט המגנטי, היא תתיישר לאורך הקווים שמתווים חלקיקי נסורת הברזל. אנו אומרים כי במוט המגנטי ובקרבתו קיים **שדה מגנטי**, והכיוון שלאורכו מסתדרת המחט המגנטית מוגדר ככיוון השדה המגנטי במקום בו היא מונחת.

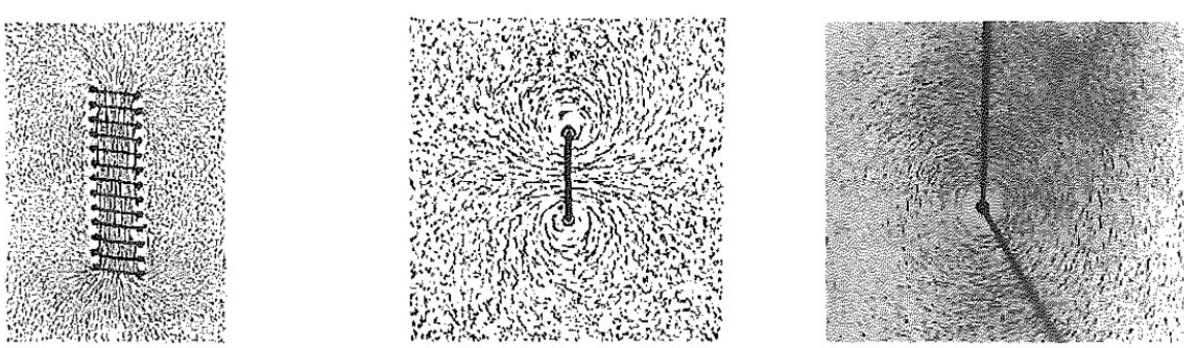


תרשים ו-7

כזכור, את השדה החשמלי מיפינו באמצעות קווים שהמשיק להם בכל נקודה ונקודה הוא בכיוון הכוח החשמלי הפועל על מטען חיובי הנמצא בנקודה זו. גם את השדה המגנטי מקובל למפות באמצעות קווים, וכיוון המשיק להם בכל נקודה ונקודה הוא הכיוון בו מסתדרת המחט המגנטית. מגדירים את כיוון קו השדה המגנטי ככיוון אליו פונה הקוטב **הצפוני** של מחט המצפן (תרשים ו-7).

תמונה של קווי השדה המגנטי בקירבת זרם חשמלי או בקירבת מגנט ניתן לקבל על ידי פיזור נסורת ברזל בסביבתם. בתצלומים שבתרשים ו-8 ניראות התבניות של שדות מגנטיים הנוצרים בקירבת תיילים נושאי זרם. תבנית השדה המגנטי של מגנט-מוט נראית בתרשים ו-6.

קיים הבדל חשוב בין אופיו של השדה המגנטי ואופיו של השדה החשמלי. בעוד שקווי השדה החשמלי מתחילים במטען חשמלי חיובי (או באינסוף) ומסתיימים במטען שלילי (או באינסוף), קווי השדה המגנטי הם **קווים סגורים**. הדבר נראה היטב עבור השדות המגנטיים המקיפים תיילים נושאי זרם (תרשים ו-8), אך הוא נכון גם במקרה של מגנטים קבועים (ראה תרשים ו-6). חקירת האזורים הפנימיים של מגנטים קבועים מגלה שכיוון קווי השדה המגנטי **בתוכם** הוא מהקוטב הדרומי אל הקוטב הצפוני, בעוד שבאזורים שמחוץ למגנטים, כיוון קווי השדה המגנטי הוא מהקוטב הצפוני לקוטב הדרומי.



(א) (ב) (ג)

תרשים ו-8

אבקת ברזל ממחישה את קווי השדה המגנטי בקירבת זרמים חשמליים: (א) בתייל ישר וארוך; (ב) בלולאה מעגלית; (ג) בסילונית

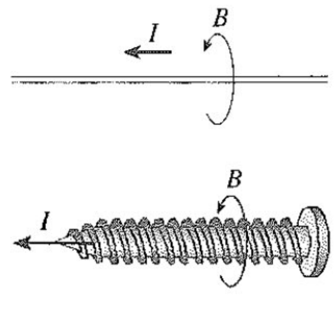
האם הקוטב **המגנטי** הצפוני של כדור הארץ מצוי בקירבת הקוטב הגאוגרפי הצפוני שלו, או שהוא מצוי בקירבת הקוטב הגאוגרפי הדרומי של כדור הארץ? נמק את תשובתך.

כאמור, את הכיוונים של השדות המגנטיים בקירבת תיילים נושאי זרם אפשר לבדוק בעזרת מצפן. על סמך מימצאי הבדיקות נוסחו כללים פשוטים העוזרים לקבוע כיוונים אלה.

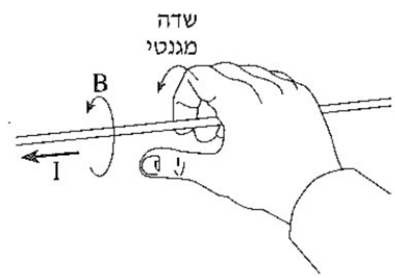
לגבי כיוון קווי השדה המגנטי המעגליים סביב זרם חשמלי בתיל ישר וארוך (תרשים ו-8, א') משתמשים באחד משני הכללים הבאים:

"כלל הבורג" - כיוון קווי השדה המגנטי הוא הכיוון בו יש לסובב בורג ימני (זאת אומרת בורג עם הברגה רגילה), כדי שיתקדם בכיוון הזרם (תרשים ו-9).

"כלל היד" - כאשר "עוטפים" את התיל הישר דרכו זורם הזרם החשמלי **ביד ימין** כך שהאגודל מורה על כיוון הזרם, שאר האצבעות הכפופות מורות את כיוון קווי השדה המגנטי (תרשים ו-10).



תרשים ו-9



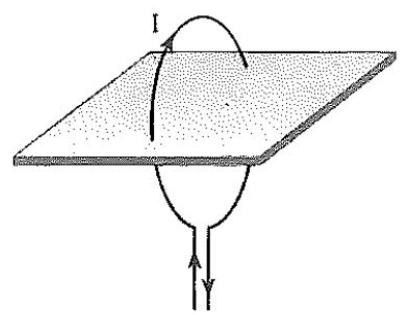
תרשים ו-10

(א) בתרשים ו-11 מתוארת לולאה מעגלית שדרכה זורם זרם חשמלי. מהו כיוון השדה המגנטי במרכז הלולאה?

(ב) בתרשים ו-12 מתואר סליל בו זורם זרם חשמלי. מהו כיוון השדה המגנטי בתוך הסליל?

העזר בתשובותיך בכלל הבורג או בכלל היד.

(ג) נוהגים להדגיש כי הקביעה של כיוון השדה המגנטי בעזרת מצפן טובה, אם, ורק אם, השדה המגנטי הנבדק הוא שדה חזק עד כדי כך, שיחסית אליו, פעולת השדה המגנטי של כדור הארץ על המצפן זניחה. מדוע?



תרשים ו-11

ראינו כיצד ממחישים קווי שדה מגנטי בעזרת נסורת ברזל, וכיצד קובעים את כיוונו של השדה המגנטי, אותו נוהגים לסמן באות **B**, בעזרת מצפן.

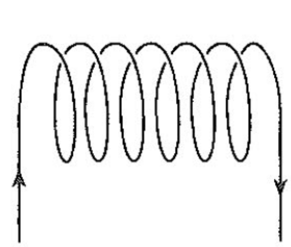
בפנינו עדיין שלוש שאלות חשובות:

(א) מה ההגדרה המדויקת של שדה מגנטי?

(ב) כיצד מודדים את עוצמת השדה המגנטי?

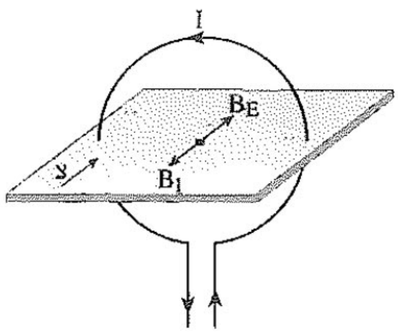
(ג) האם השדה המגנטי, בדומה לשדה החשמלי, הוא שדה וקטורי?

על שתי השאלות הראשונות נענה בסעיף הבא, כאשר נדון בכוחות המגנטיים הפועלים על מטענים חשמליים נעים; לגבי השאלה


תרשים ו-12

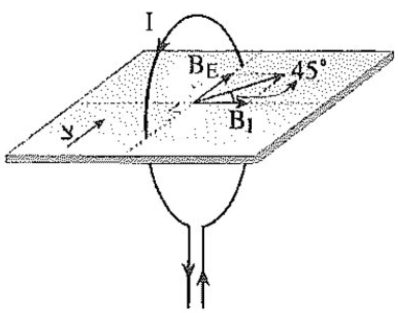
השלישית - סביר להניח שהשדה המגנטי, בדומה לשדה החשמלי, הוא שדה וקטורי; ביסוס להנחה זו נוכל לקבל על ידי ביצוע הניסוי הפשוט המתואר להלן*.

באיזור קטן יחסית ניצור שדה מגנטי אופקי שיבטל את הרכיב האופקי של השדה המגנטי הארצי, הקיים כידוע בכל מקום על פני כדור הארץ, ואשר כיוונו מדרום לצפון. לשם כך ניעזר בלולאה מעגלית נושאת זרם, אותה נציב כך שבמרכזה יווצר שדה מגנטי שכיוונו מצפון לדרום. כיוון השדה המגנטי במרכז לולאה מעגלית הוא לאורך ציר הלולאה, לכן נמקם את הלולאה במישור אנכי בכיוון מערב-מזרח, ונזרים בה זרם חשמלי בעוצמה כזו שמחט מצפן שיוצב במרכזה תיסתובב בחופשיות מבלי להצביע על כיוון מוגדר. במצב זה נוכל לומר כי עוצמת השדה המגנטי שנוצר על ידי הזרם החשמלי במרכז הלולאה (נסמנו B_l) שווה לעוצמת הרכיב האופקי של השדה המגנטי הארצי (נסמנו B_h); הכיוונים של שדות אלה מנוגדים (תרשים ו-13).



תרשים ו-13

עתה, כשלרשותנו שני שדות מגנטיים שווי עוצמה, נבדוק מהו סכומם כשכיווניהם אינם מנוגדים, לדוגמה כשהם ניצבים זה לזה. לשם כך נסובב את הלולאה ב-90° סביב קוטרה האנכי, כלומר מישורה יהיה עתה בכיוון צפון-דרום. אם נקפיד על כך שעוצמת הזרם בלולאה לא תשתנה, יתברר לנו כי במצב החדש מחט המצפן המוצב במרכז הלולאה פונה בזווית 45° מן הצפון (תרשים ו-14).

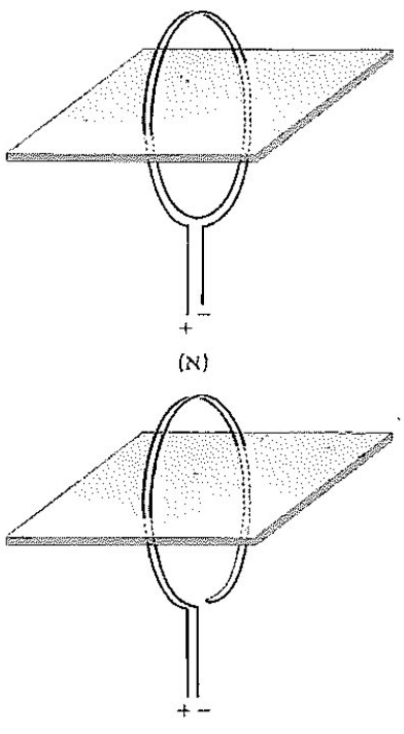


תרשים ו-14

העובדה כי השדה השקול של שני שדות מגנטיים ניצבים זה לזה ובעלי עוצמות שוות הוא בכיוון 45° עם כל אחד מהם, עולה בקנה אחד עם ההנחה שהשדה המגנטי הוא שדה וקטורי. אם נחזור על הניסוי מספר פעמים, כשבכל פעם ניצור זווית אחרת בין כיוון הרכיב האופקי של השדה המגנטי הארצי, $\mathbf{B}_h$, לבין כיוון השדה המגנטי שנוצר על ידי הזרם בלולאה, $\mathbf{B}_l$, יתברר לנו כי בכל מקרה מחט המצפן חוצה את הזווית שבין שני השדות (השווים בעוצמתם).

בניסוי שתואר לעיל, כאשר מישור הלולאה הוא בכיוון צפון-דרום, מוסיפים לולאה זהה ללולאה הראשונה, צמודה אליה ומחוברת אליה בטור, מבלי לשנות את עוצמת הזרם.

מה תהיה זוית הסטיה מן הצפון של מחט המצפן כאשר החיבור בין שתי הלולאות הוא כמתואר בתרשים ו-15,א, או כמתואר בתרשים ו-15,ב? נמק!



תרשים ו-15

* תאור הניסוי לקוח מספרו של דוד זינגר: "פיסיקה-חשמל ומגנטיות", בהוצאת המחלקה להוראת המדעים, מכון ויצמן למדע, רחובות.

התנהגות מחט המצפן בניסויים שתארנו, וניסויים אחרים בהם לא דנו, מוכיחים כי **השדה המגנטי הוא** אכן **שדה וקטורי**, ולכן מקובל לסמנו כך: **B**. אנו יודעים לקבוע את כיוונו של וקטור השדה המגנטי - בעזרת מחט מגנטית של מצפן; עלינו עדיין להגדיר וללמוד למדוד את עוצמתו. נעשה זאת בסעיף הבא של הפרק.

הרחבה והעמקה

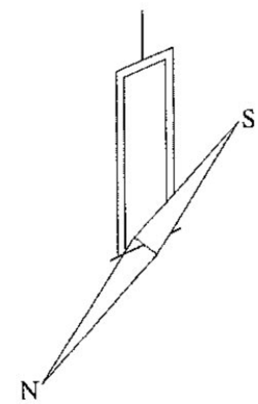
השדה המגנטי של כדור הארץ

ציינו כבר כי העובדה שסלעים מסוימים הם בעלי תכונות מגנטיות היתה ידועה בימי קדם. המצפנים, שהובאו כנראה מסין לאירופה ע"י הערבים בסוף המאה ה-12, שימשו לניווט כמאתיים שנה לפני מסעיו של קולומבוס, כלומר כבר בסוף המאה ה-13. אך רק בתחילת המאה ה-17, אחרי פירסום ספרו של ויליאם גילברט על מגנטים, הגיעו להבנה מסוימת של תכונות המגנטים ולהכרה שכדור הארץ הוא מגנט טבעי. בעבודתו של גילברט אפשר לראות את תחילתו של המחקר המדעי הגאומגנטי ("גאומגנטיות" - משמע מגנטיות של כדור הארץ), מחקר הנמשך באינטנסיביות עד ימינו.

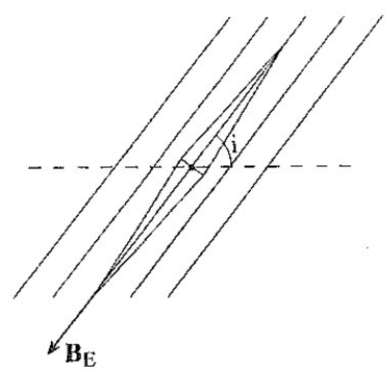
כדי לתאר את השדה המגנטי של כדוה"א צריכים למדוד את הוקטור של שדה זה, $\mathbf{B}_E$, בנקודות שונות על פני כדוה"א. היום אפשר לעשות זאת בעזרת כלים ומכשירים משוכללים, כאלה המשמשים גם בחקר החלל. אנחנו נסתפק בתאור השימוש ב"מחט הרכנה", מכשיר פשוט המאפשר לקבוע את כיוונו של הווקטור $\mathbf{B}_E$, אך לא את עוצמתו.

"מחט הרכנה" היא מחט מגנטית התלויה במרכז הכובד שלה, כך שהיא יכולה להסתובב באופן חופשי על ציריה, האנכי וגם האופקי (תרשים ו-16). ניסויים במחט זו מראים שאם היא מצויה במקום בו פועל רק השדה המגנטי של כדוה"א, היא מסתובבת ונעצרת במישור אנכי מסוים.

בדרך כלל, כשהמחט נמצאת במישור אנכי זה, היא "מרכינה" את צידה הצפוני כלפי מטה, צידה הדרומי עולה כלפי מעלה, ובינה ובין המישור האופקי נוצרת "זווית הרכנה" i*. במצב זה, מחט ההרכנה משיקה לקו השדה המגנטי של כדוה"א העובר דרכה, ומצביעה על הכיוון של וקטור שדה זה במקום בו היא נמצאת (תרשים ו-17).



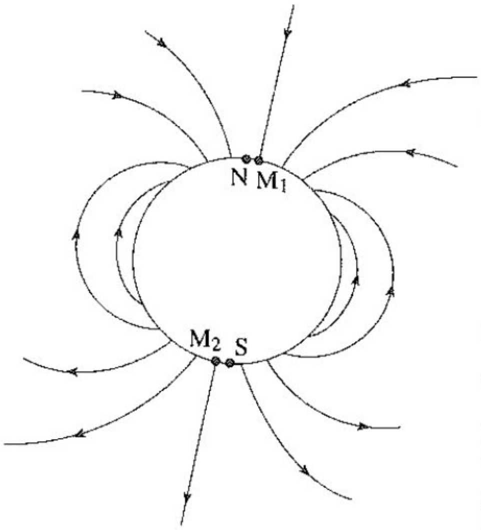
תרשים ו-16



תרשים ו-17

* תאור זה מתאים לניסויים המבוצעים בישראל וביתר הארצות המצויות במחצית הצפונית של כדוה"א; במחצית הדרומית של כדוה"א, הצד הצפוני של מחט ההרכנה יהיה מעל למישור האופקי, והצד הדרומי שלה - מתחתיו.

המישור האנכי דרך מחט ההרכנה הוא מישור המרידיאן (קו האורך) המגנטי, והמישור האנכי דרך מרכז מחט ההרכנה ודרך הקטבים הגאוגרפיים של כדוה״א הוא מישור המרידיאן (קו האורך) הגאוגרפי בו נמצאת מחט ההרכנה. בין שני מישורים אלה קיימת זווית הנקראת זווית הנטייה. במקומות שונים על פני כדוה״א יש לזווית הנטייה ערכים שונים, ומתברר שהיא גם משתנה בזמן. לפיכך, כדי לקבוע את הכיוון המדויק של הצפון הגאוגרפי בעזרת מחט הרכנה או בעזרת מצפן, צריכים לדעת מהי זווית הנטייה במקום הנבדק. קיימות טבלאות בהן רשומות זוויות הנטייה במקומות שונים על פני כדור הארץ, והן משמשות בעיקר את הספנות והטייס.



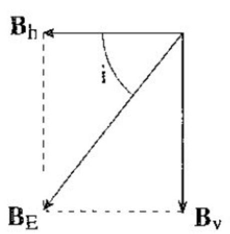
תרשים ו-18

על ידי התקנת מחט הרכנה במקומות שונים על פני כדוה״א ניתן למצוא את מהלך קווי השדה המגנטי הארצי. מהלך זה מתואר בתרשים ו-18. ישנם שני מקומות (הקטבים המגנטיים) בהם זווית ההרכנה היא 90°.

בתרשים ו-18 מסומנים הקטבים המגנטיים של כדוה״א באותיות M_1 ו-M_2, והקטבים הגאוגרפיים, כמקובל, באותיות N ו-S. בעוד שמחט הרכנה, החופשית להסתובב סביב ציר אנכי וגם סביב ציר אופקי, מראה את כיוון וקטור השדה המגנטי הארצי במקום הנבדק, מחט מצפן, היכולה להסתובב רק סביב צירה האנכי, מושפעת מהרכיב האופקי של שדה זה בלבד.

אם נפרק את וקטור השדה המגנטי הארצי $\mathbf{B}_E$ לרכיב אופקי (נסמנו $\mathbf{B}_h$) ולרכיב אנכי (נסמנו $\mathbf{B}_v$), יתקיימו קשרים מתמטיים פשוטים בין עוצמת השדה המגנטי הארצי ובין עוצמות רכיביו האופקי, $\mathbf{B}_h$, והאנכי $\mathbf{B}_v$ (תרשים ו-19):

$$\begin{cases} B_h = B_E \cos i \\ B_v = B_E \sin i \end{cases}$$



תרשים ו-19

כאשר i היא זווית ההרכנה, זאת אומרת הזווית בין וקטור השדה המגנטי הארצי $\mathbf{B}_E$ ובין רכיבו האופקי $\mathbf{B}_h$.

בישראל, העוצמה הממוצעת של השדה המגנטי הארצי היא 4.2×10^{-5} טסלה*, וזווית ההרכנה i היא בערך 45°. מכאן, שעוצמת הרכיב האופקי של השדה המגנטי בארצנו היא 2.9×10^{-5} טסלה בקירוב.

* ״טסלה״, יחידת עוצמת השדה המגנטי, תוגדר בהמשך פרק זה.

5–ו כוחות מגנטיים על מטענים חשמליים בתנועה

ראינו כי זרמים חשמליים (זאת אומרת מטענים חשמליים בתנועה) יוצרים שדות מגנטיים. במלים אחרות, מטענים חשמליים נעים מפעילים כוחות על דיפולים מגנטיים (מצפנים).

סביר להניח כי קיימת גם התופעה ההפוכה - מגנטים, היוצרים שדות מגנטיים, מפעילים כוחות על מטענים נעים. מניסויים פשוטים, אותם נתאר בהמשך, אנו למדים שהנחה זו אמנם נכונה.



תרשים ו-20

מכיון ששדות מגנטיים נוצרים על ידי מטענים נעים*, משמעות הדבר שמטענים נעים פועלים על מטענים נעים אחרים בכוחות מגנטיים. פעולת הגומלין בין מטענים חשמליים איננה מוגבלת, איפוא, לכוחות שהם מפעילים זה על זה באמצעות השדה האלקטרוסטטי (לפי חוק קולון). מטענים חשמליים **נעים** מפעילים זה על זה, פרט לכוחות החשמליים, גם **כוחות מגנטיים**.

מתברר שמעקב אחר הכוחות המגנטיים שפועלים בין מטענים נעים הוא מסובך ומסורבל למדי. נוח ויעיל בהרבה לדון בתופעות באמצעות מושג השדה.

נתבונן לדוגמה בשני מטענים חשמליים, q_1 ו-q_2, הנעים במהירויות v_1 ו-v_2 יחסית לצופה (תרשים ו-20).

אפשר לתאר את המצב כך: המטען הנע q_1 יוצר במרחב סביבו שדה מגנטי (בנוסף לשדה החשמלי), ושדה זה מפעיל כוח מגנטי על המטען q_2 הנע בו.

?

כיצד נתאר, בגישה זו, את הכוח המגנטי המופעל על המטען q_1 על ידי המטען q_2?

לבעיית חישוב הכוחות המגנטיים הפועלים בין מטענים חשמליים נעים יהיו, אפוא, שני חלקים: ראשית, מציאת גודלו וכיוונו של השדה המגנטי על פי נתוניהם של המטענים הנעים היוצרים את השדה. שנית, מציאת הכוח הפועל על מטען נע בשדה זה.

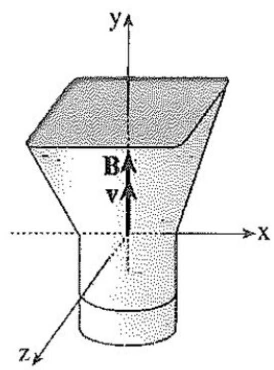
* כבר התיחסנו לכך שגם המגנטיות של מגנטים קבועים מקורה בזרמים חשמליים זעירים באטומים ובקבוצות האטומים אשר במגנט.

אנו נדון תחילה בחלקה השני של הבעייה, לאמור, נקבל לפי שעה ללא חקירה וחישובים את העובדה שמטענים נעים (או, במילים אחרות, זרמים חשמליים) יוצרים שדות מגנטיים, ונפנה לחקר החוקים הקובעים את הכוחות הפועלים על מטענים הנעים בתוך שדות אלה. בחקירת הקשר בין השדות המגנטיים ובין המטענים הנעים היוצרים אותם נעסוק בפרק הבא.

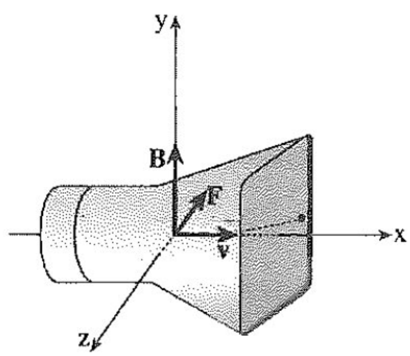
כידוע, שדה חשמלי אפשר לחקור על ידי מדידת הכוח החשמלי הפועל על מטען-בוחן נח בנקודות שונות של השדה. ניסויים מראים כי שדה מגנטי אינו פועל על מטען חשמלי הנמצא במנוחה ביחס אליו, לכן, כדי לחקור שדה מגנטי, עלינו למדוד את הכוח המגנטי הפועל על מטען **נע** העובר בנקודות שונות של השדה.

אלומת אלקטרונים בשפופרת קתודית (כמו זו המצוייה באוסילוסקופ, שאת מבנהו ואופן פעולתו תארנו בקצרה בסוף פרק ג׳) יכולה לשמש לביצוע מדידות כאלה. תותח האלקטרונים יורה אלומה צרה של אלקטרונים במהירות ידועה. אם לא פועל כוח על האלומה, היא פוגעת במרכז המסך הפלואורסצנטי של השפופרת. בנוכחות שדה מגנטי, אלומת האלקטרונים בדרך כלל מוסטת, ולפי גודל הסטייה וכיוונה אפשר לקבוע מהו הכוח שגרם לסטייה.

נניח שהשפופרת הקתודית קטנה, ושאפשר להעבירה מנקודה לנקודה בשדה המגנטי. אם נסובב אותה סביב ציר Z העובר במרכזה, (תרשים ו-21), נוכל לקבל בעזרתה מידע על השדה המגנטי בנקודה הנבדקת. למעשה, רוב השפופרות הקתודיות הרגילות והמצויות אינן מקיימות את הדרישות לביצוע מוצלח של ניסויים אלה. לפיכך, עלינו להתיחס לניסויים בעזרתן כאל ״ניסויי מחשבה״ בלבד. מדידות אמיתיות, שעליהן מבוססות המסקנות על הכוח המגנטי שאותן נביא להלן, מבוצעות באמצעים אחרים, משוכללים יותר, שלא נוכל לדון בהם בשלב זה של לימודינו (בקשר לכך, ראה הסעיף האחרון בפרק זה הדן באפקט Hall).



(א)



(ב)

תרשים ו-21

(א) על אלקטרון הנע במקביל לשדה מגנטי לא פועל כוח מגנטי.
(ב) על אלקטרון הנע במאונך לשדה מגנטי **B** פועל הכוח המגנטי **F**.

מניסויים בחלקיקים טעונים הנעים בשדה מגנטי הוסקו המסקנות הבאות על הכוח המגנטי הפועל עליהם:

1. עוצמת הכוח המגנטי הפועל על חלקיק טעון נע פרופורציונית למטען החלקיק ולמהירותו.
2. עוצמתו וכיוונו של הכוח המגנטי תלויים בכיווניהם של מהירות החלקיק ושל השדה המגנטי:

א. כשמהירות החלקיק הטעון מאונכת לשדה המגנטי, עוצמת הכוח המגנטי מירבית.

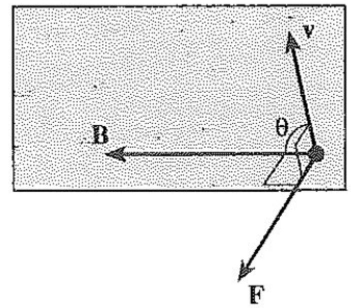
ב. כשמהירות החלקיק הטעון מקבילה לשדה המגנטי, לא פועל על החלקיק כוח מגנטי.

ג. כשבין וקטור מהירות החלקיק **v** ובין וקטור השדה המגנטי **B** קיימת זוית θ, עוצמת הכוח המגנטי *F* פרופורציונית ל $\sin\theta$.

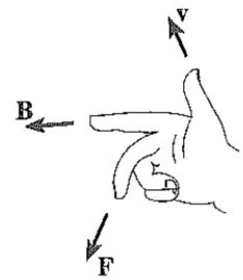
ד. וקטור הכוח המגנטי **F** מאונך לווקטור מהירות החלקיק **v** ומאונך גם לווקטור השדה המגנטי **B**, כלומר הוא מאונך למישור הנוצר על-ידי הווקטורים **v** ו-**B**. (ראה תרשים ו-22,א').

ה. כדי לקבוע את כיוונו של הכוח **F** הפועל על חלקיק בעל מטען **חיובי** q הנע במהירות **v** בשדה המגנטי **B**, נוח להשתמש בכלל היד הימנית*. בתרשים ו-22, ב' מתואר השימוש בכלל זה.

ו. הכוח המגנטי הפועל על חלקיק שמטענו שלילי הפוך בכיוונו לכוח המגנטי הפועל על חלקיק שמטענו חיובי (בהנחה ששני החלקיקים נעים באותו הכיוון - ראה תרשים ו-23 א' ו-ב').



(א)



(ב)

תרשים ו-22

מהעובדה שהכוח המגנטי הפועל על חלקיק טעון הנע בשדה מגנטי מאונך תמיד למהירות החלקיק נובעת מסקנה חשובה ביותר:

הכוח המגנטי הפועל על חלקיק טעון הנע בשדה מגנטי אינו עובד עבודה.

לפיכך:

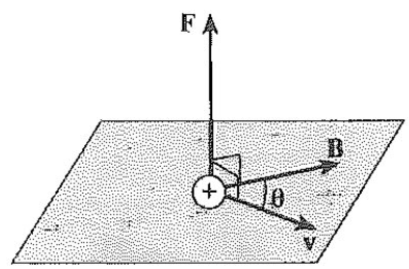
כוח מגנטי הפועל על חלקיק טעון הנע בשדה מגנטי אינו משנה את האנרגיה הקינטית שלו.

מכיון שעוצמת הכוח המגנטי *F* פרופורציונית למטען החלקיק q ולגודל רכיב מהירותו המאונך לשדה, $v_\perp$, כלומר $F \propto qv_\perp$, מגדירים את היחס $\frac{F}{qv_\perp}$ כעוצמת השדה המגנטי *B*:

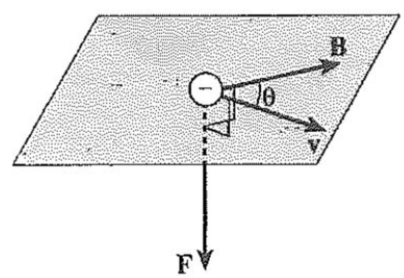
$$B = \frac{F}{qv_\perp} \qquad \text{(ו-1)}$$

הגדרה זו מזכירה לנו את עוצמת השדה החשמלי *E*, שהוגדרה ככוח החשמלי הפועל על יחידת מטען:

$$E = \frac{F}{q}$$



(א)



(ב)

תרשים ו-23

* **שימו לב** - "כלל היד הימנית" מתייחס הפעם לגדלים פיסיקליים שונים בתכלית מאלה שלגביהם ייחסנו כלל בעל אותו שם בסעיף ו-4 (ראה הכתוב בעמ' 8).

הופעת הגורם v בנוסחה של עוצמת השדה המגנטי אינה מפתיעה, שהרי הכוח שמפעיל השדה המגנטי פועל אך ורק על חלקיק טעון **הנע** בתוך השדה.

המסקנות על עוצמת הכוח המגנטי הפועל על חלקיק טעון הנע בשדה מגנטי מוצאות את ביטויין המתמטי בנוסחה:

$$F = qvB \sin\theta \qquad \text{(ו-2)}$$

כדי לתאר את הקשר בין וקטור הכוח המגנטי **F** ובין וקטורי מהירות החלקיק הטעון **v** והשדה המגנטי **B** משתמשים גם בנוסחה הלקוחה מהאלגברה של החשבון הווקטורי:

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \qquad \text{(ו-3)}$$

הביטוי $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ הוא וקטור הנקרא "המכפלה הווקטורית של הווקטור **v** בווקטור **B**". על ההגדרה והמשמעות של המכפלה הווקטורית ראה "הרחבה והעמקה" בסוף סעיף זה.

היחידה של עוצמת השדה המגנטי מתקבלת מהנוסחה לעוצמת השדה (ו-1):

$$[B] = \frac{[F]}{[q]\,[v]} = \frac{N}{C \cdot \frac{m}{s}} = \frac{N}{A \cdot m} = \text{tesla (T)}$$

שדה מגנטי שעוצמתו **1** טסלה* הוא שדה המפעיל כוח של 1 ניוטון על חלקיק שמטענו 1 קולון כשהחלקיק נע במהירות 1 מ\שני בכיוון ניצב לשדה. חשוב לציין ש"טסלה" היא יחידת עוצמת שדה גדולה מאוד. סדר הגודל של עוצמת השדה של מגנטים רגילים הוא 10^{-3}-10^{-2} טסלה, לכן לעוצמת שדה מגנטי משתמשים גם ביחידה קטנה יותר הנקראת "גאוס" (gauss), ואשר מסמנים אותה באות G.

מתקיים: $1G = 10^{-4}T$

סדר הגודל של השדה המגנטי הארצי הוא כרבע גאוס.

בתוככי האטומים קיימים שדות מגנטיים מסדר גודל של 10T.

העוצמה הגדולה ביותר של שדה מגנטי קבוע שהושגה במעבדה היא מסדר גודל של 30T. אלקטרומגנטים מסוימים יוצרים שדות מגנטיים

---

* טסלה הוא שם חדש יחסית של יחידת השדה המגנטי; בספרים רבים נמצא עדיין השם הקודם של יחידה זו: $\frac{\text{ובר}}{\text{מ״ר}}$ $\left(\frac{\text{weber}}{m^2}\right)$.

ניקולה טסלה (Nicola Tesla, 1865-1942), שעל שמו נקראת היחידה, היה פיסיקאי יוגוסלבי חשוב שחי ועבד בארצות הברית.

של עד 120T למשך פרקי זמן קצרצרים של אלפיות שניה. מעריכים שעוצמת השדה המגנטי על פניו של כוכב ניטרונים מגיעה לסדר גודל של 10^8T.



השוואת השדה המגנטי לשדה החשמלי מלמדת ששני שדות אלה נבדלים זה מזה בכמה היבטים חשובים:

1. קווי השדה החשמלי הם **"קווים פתוחים"**: הם מתחילים במטען חיובי (או באינסוף) ומסתיימים במטען שלילי (או באינסוף); קווי השדה המגנטי הם **"קווים סגורים"**, שאין להם התחלה וסוף.
2. הכוח החשמלי פועל על כל חלקיק טעון, ואינו תלוי במהירות החלקיק; הכוח המגנטי פועל על חלקיק טעון רק כאשר החלקיק נמצא בתנועה ביחס לשדה המגנטי, וגודלו תלוי במהירות החלקיק.
3. הכוח החשמלי הוא תמיד בכיוון השדה החשמלי; הכוח המגנטי תמיד מאונך לשדה המגנטי.
4. הכוח החשמלי עובד עבודה בהעתקת חלקיק טעון; הכוח המגנטי אינו עובד עבודה בעת העתקת חלקיק טעון.

לסיכום חשוב להדגיש שכאשר חלקיק טעון נע באזור שבו פועלים גם שדה חשמלי וגם שדה מגנטי, שני השדות מפעילים כוחות על החלקיק. הכוח השקול הוא הסכום הווקטורי של הכוחות החשמלי והמגנטי; בנוסחה מבטאים זאת כך:

$$\boxed{\mathbf{F} = q\left[\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}\right]} \qquad (4\text{-}1)$$

מקובל לקרוא לכוח זה **"כוח לורנץ"**, על שם הפיסיקאי ההולנדי החשוב הנדריק אנטון לורנץ (Hendrik A. Lorentz, 1853-1928). יש המעדיפים לכנות בשם "כוח לורנץ" את הכוח $q(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$ שהשדה המגנטי מפעיל על חלקיק טעון הנע בתוכו. בהמשך דברינו, גם אנחנו ננהג כך לפעמים.

הרחבה והעמקה

מכפלה וקטורית של וקטורים

בפרקי המכניקה והחשמל שלמדתם עד כה ביצעתם מדי פעם פעולות של חיבור וקטורים וחיסורים. כמו כן ידועה לכם מכפלה של וקטורים שתוצאתה סקלר. (ראה "פרקי חשמל" פרק ב', עמ' 62 - "הרחבה והעמקה").

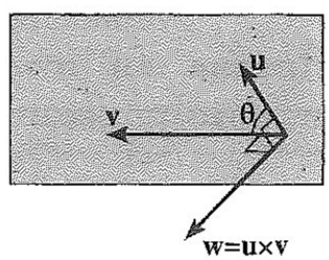
חשיבות רבה נודעת בפיסיקה גם לסוג נוסף של מכפלת וקטורים, שהיא וקטור. מגדירים: המכפלה הווקטורית של שני וקטורים **u** ו-**v** היא וקטור **w** המקיים:

(א) גודלו של **w** (זאת אומרת w) שווה לשטח המקבילית הנוצרת ע"י **u** ו-**v**:

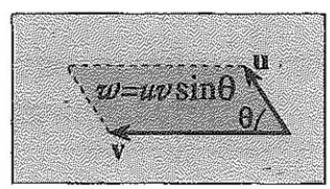
$$w = u\,v\,\sin\theta$$

θ היא הזוית בין שני הווקטורים **u** ו-**v**, (ראה תרשים ו-24).

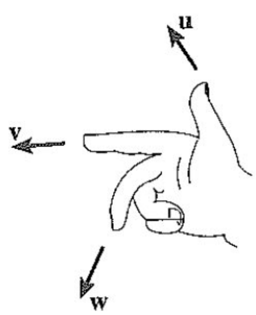
(ב) הווקטור **w** מאונך למישור הנקבע ע"י הווקטורים **u** ו-**v** (תרשים ו-25)



תרשים ו-25



תרשים ו-24



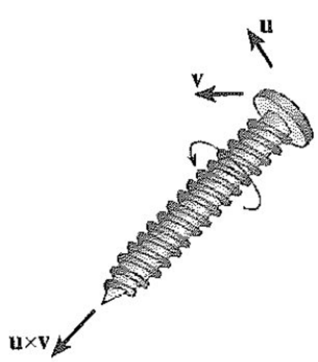
תרשים ו-26

(ג) אם **u** בכיוון האגודל, ו-**v** בכיוון האצבע, אז **w** הוא בכיוון האמה של היד הימנית, (ראה תרשים ו-26).

במלים אחרות, **u**, **v**, **w** מהווים בסדר זה ***"שלשה ימנית"***.

את כיוונו של וקטור המכפלה **w** אפשר לקבוע גם על פי הכלל של "בורג ימני"*. לפי כלל זה, אם מסובבים בורג ימני מ-**u** אל **v** בדרך הקצרה, כיוון ההתקדמות של הבורג מתאר את כיוונו של **w** (תרשים ו-27). רושמים את המכפלה הווקטורית כך:

$$\mathbf{w} = \mathbf{u} \times \mathbf{v}$$



תרשים ו-27

* "בורג ימני" הוא בורג בעל הברגה רגילה שמתקדם ונכנס למשל לתוך עץ, כשמסובבים אותו במגמת סיבובם של מחוגי השעון.

אך יש גם הרושמים אותה כך:

$$\boxed{\mathbf{w} = [\mathbf{u}\,\mathbf{v}]}$$

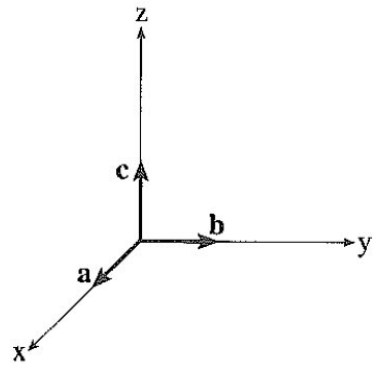
לדוגמה, אם **a** הוא וקטור בכיוון החיובי של ציר x, ו-**b** הוא וקטור בכיוון החיובי של ציר y, המכפלה הווקטורית שלהם **c** היא וקטור בכיוון החיובי של ציר z ($\mathbf{c} = \mathbf{a} \times \mathbf{b}$) (מדובר בכיוונים המקובלים של הצירים x, y, z - ראה תרשים ו-28).

מהגדרת המכפלה הווקטורית נובע שאם נהפוך את סדר גורמי המכפלה (זאת אומרת אם במקום להתיחס למכפלה $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$, נתיחס למכפלה $\mathbf{b} \times \mathbf{a}$), נקבל תוצאה בעלת אותו גודל, אך בעלת סימן הפוך. זאת מכיוון שבמקרה זה, כיוון וקטור המכפלה יתקבל מסיבוב **b** לכיוון **a** (ולא מסיבוב **a** לכיוון **b**), ולכן יתהפך כיוון התקדמותו של בורג ימני. מתקיים אפוא הקשר:

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = -(\mathbf{b} \times \mathbf{a})$$

על כן אומרים כי המכפלה הווקטורית היא לא חילופית ("אנטיקומוטטיבית").

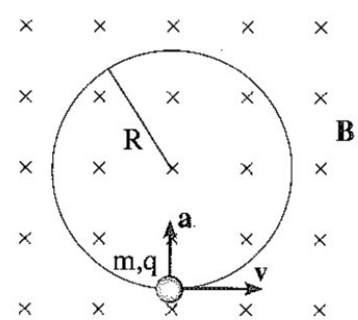
מן ההגדרה נובע שהמכפלה הווקטורית מתאפסת כששני הווקטורים מקבילים (באותו כיוון, או בכיוונים מנוגדים).



תרשים ו-28

ו-6 תנועת חלקיקים טעונים בשדה מגנטי

חלקיק שמסתו m, מטענו q ומהירותו **v** נכנס לתוך שדה מגנטי אחיד **B** במאונך לשדה; השדה המגנטי מאונך למישור התרשים ומכוון לתוכו (תרשים ו-29)*. כידוע, הכוח **F** שהשדה המגנטי מפעיל על החלקיק מאונך תמיד למהירותו **v**, לכן הוא אינו משנה את גודלה של מהירות החלקיק אלא רק את כיוונה. לחלקיק תהיה אפוא תאוצה רדיאלית **a**, והוא ינוע במסלול מעגלי שרדיוסו R סביב נקודה מסוימת שהיא מרכז המעגל.



תרשים ו-29

כדי לנתח את תנועת החלקיק נסתמך על החוק השני של ניוטון:

$$\Sigma \mathbf{F} = m\mathbf{a}.$$

אם נתחשב בביטוייהם של גודל הכוח שהשדה המגנטי מפעיל על החלקיק, $F = |q|vB$, ושל גודל התאוצה הצנטריפטלית, $a = \dfrac{v^2}{R}$

---

* מקובל לתאר קווי שדה "הנכנסים" לתוך מישור התרשים ע"י הסימן , וקווי השדה ה"יוצאים" ממנו ע"י הסימן •. לפעמים נוהגים כך גם לגבי זרמים חשמליים.

(R - רדיוס המעגל), נקבל: $|q|\,v\,B = \frac{mv^2}{R}$

לפיכך, הרדיוס R של מסלול החלקיק יהיה נתון ע"י הנוסחה:

$$R = \frac{mv}{|q|\,B} \qquad (\text{ו}\text{-}5)$$

R נקבע אפוא על-ידי התנע mv של החלקיק, על ידי מטענו q, ועל ידי העוצמה B של השדה המגנטי הפועל עליו.

המהירות הזויתית ω של תנועת החלקיק היא:

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{|q|\,B}{m} \qquad (\text{ו}\text{-}6)$$

שימו לב שמהירות זוויתית זו, ולכן גם התדירות f וזמן המחזור T של הסיבובים, אינם תלויים במהירות התנועה של החלקיק, וגם לא ברדיוס מסלולו. עובדות אלה נוצלו בפיתוח אחד ממאיצי החלקיקים הראשונים - הציקולטרון (ראה סעיף ו-7).

תרגיל לדוגמה

אלקטרון בעל אנרגיה קינטית $E_k = 100\text{ eV}$ סובב במישור המאונך לשדה מגנטי אחיד שעוצמתו $B = 10^{-3}\text{T}$.

(א) מהו רדיוס מסלול האלקטרון, R?

(ב) מהי תדירות סיבוביו, f?

(ג) כמה זמן דרוש לאלקטרון כדי להשלים סיבוב אחד?

פתרון

(א) נחשב תחילה את מהירות האלקטרון: $E_k = \frac{1}{2}mv^2$

$$v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 100 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}}{9.1 \cdot 10^{-31}}} \approx 5.9 \cdot 10^6\ \frac{m}{s}$$

לפיכך רדיוס מסלולו הוא:

$$R = \frac{mv}{|q|B} = \frac{9.1 \cdot 10^{-31} \cdot 5.9 \cdot 10^6}{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-3}} \approx 3.36\text{ cm}$$

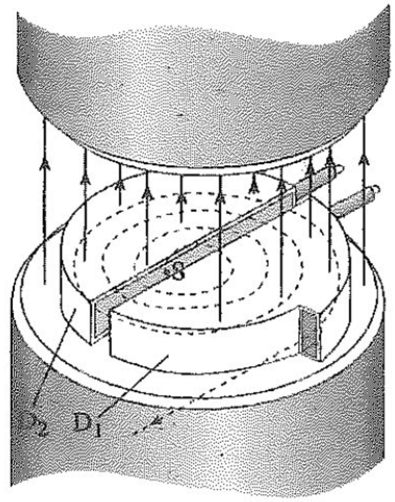
(ב) לגבי התדירות f מתקיים:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{|q|B}{2\pi m} = \frac{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-3}}{2\pi \cdot 9.1 \cdot 10^{-31}} \approx 2.8 \cdot 10^7\text{ Hz}$$

(ג) זמן המחזור T יהיה אפוא: $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{2.8 \cdot 10^7} = 3.6 \cdot 10^{-8}\text{ s}$

7-ו הציקלוטרון

הציקלוטרון פותח בשנת 1931 על ידי לורנס וליווינגסטון (E. Q. Lawrence, M. S. Livingstone) באוניברסיטה של קליפורניה, בברקלי. המטרה היתה להאיץ חלקיקים אטומיים טעונים למהירויות גבוהות במתקן פשוט ובעל ממדים קטנים, יחסית. כפי שנראה להלן, התיאוריה שבבסיס פעולת הציקלוטרון פשוטה למדי.



תרשים ו-30

לב הציקלוטרון הוא זוג תאי מתכת חלולים D_1 ו-D_2, אשר לכל אחד צורה של חצי גליל בעל גובה קטן יחסית לקוטרו (ראה תרשים ו-30). מקור יונים (S) - בדרך כלל גרעינים של מימן כבד (דויטריום) - נמצא בקרבת נקודת האמצע ברווח בין שני החצאים. התאים מחוברים להדקיו של מקור מתח חילופין בעל תדירות גבוהה - מתנד מהסוג המשמש במשדרי רדיו; המתח בין התאים מתהפך כמה מיליוני פעמים בשנייה, ויחד איתו מתהפך גם כיוון השדה החשמלי ברווח. בתוך התאים החלולים, בגלל האפקט של סיכוך חשמלי, השדה החשמלי הוא אפס.

שני התאים סגורים בתוך מכל מתכת גלילי ריק מאוויר. המתקן כולו מונח בין קטביו של אלקטרומגנט רב-עוצמה, היוצר שדה מגנטי מאונך לבסיסי הגליל.

נניח שיון שמטענו +q ומסתו m נפלט ממקור היונים ברגע שבו D_1 חיובי. היון מואץ על ידי השדה החשמלי שברווח בין התאים ונכנס במהירות v_1 לתוך D_2, לתחום שבו אין שדה חשמלי. מכיון שהיון נע בניצב לשדה המגנטי, מסלולו יהיה מעגל שרדיוסו

$$r_1 = \frac{m v_1}{B q}$$

עתה, אם, בדיוק ברגע שבו היון משלים חצי מעגל, השדה החשמלי הופך את כיוונו, (כך שהוא מכוון מ-D_2 אל D_1), היון מואץ שוב בחולפו ברווח שבין התאים ונכנס ל-D_1 במהירות v_2 גבוהה יותר. הוא נע אפוא בתוך D_1 לאורך חצי מעגל שרדיוסו גדול יותר, ויוצא שוב אל הרווח.

המהירות הזוויתית ω של היון היא

$$\omega = \frac{v}{r} = B\,\frac{q}{m}$$

כאמור, המהירות הזוויתית ω אינה תלויה במהירות היון או ברדיוס המעגל שבו הוא נע, אלא רק בשדה המגנטי וביחס מטען למסה (q/m)

של היון. לכן, אם השדה החשמלי מתהפך במירווחי זמן השווים לזמן הדרוש ליון להשלים חצי סיבוב, השדה בין התאים יהיה תמיד מכוון כך שיאיץ את היון בשעה שזה חוצה את הרווח. העובדה שזמן הסיבוב אינו תלוי ברדיוס, היא הבסיס לפעולת הציקלוטרון: מירווחי הזמן הקבועים מושגים על ידי חיבור שני התאים למקור מתח חילופין (מתנד) בעל תדירות גבוהה וקבועה, השווה לתדירות תנועתם המעגלית של היונים.

מסלול התנועה של יון בציקלוטרון הוא מעין ספיראלה של חצאי מעגל ברדיוס גדל והולך, מחוברים בקטעים קצרים שלאורכם היון מואץ. אם R הוא הרדיוס החיצוני של התאים, ו-υ_{max} היא מהירות היון כשהוא נע במסלול ברדיוס זה, אז

$$\boxed{\upsilon_{max} = BR\,\frac{q}{m}} \qquad (7\text{-ו})$$

והאנרגיה הקינטית המתאימה של היון היא

$$\boxed{\frac{1}{2}m\upsilon_{max}^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{q}{m}\right)^2 B^2R^2} \qquad (7'\text{-ו})$$

הפרש הפוטנציאל V שהיה נדרש כדי להעניק ליון אותה אנרגיה קינטית **בשלב אחד**, כמו במחולל ואן-דה-גראף, ניתן לחישוב על סמך משפט עבודה-אנרגיה: השינוי באנרגיה הקינטית של היון שווה לעבודת השדה החשמלי, כלומר

$$\frac{1}{2}m\upsilon_{max}^2 = qV$$

ומכאן:

$$V = \frac{1}{2}\frac{q}{m}B^2R^2$$

אם היונים הם פרוטונים,

$$\frac{q}{m} = 9.6 \cdot 10^7\,\frac{C}{kg}$$

בציקלוטרון שנבנה ב-M.I.T (המכון הטכנולוגי של מסצ'וסטס), עוצמת השדה המגנטי היתה בערך 1.3T והרדיוס החיצוני היה 0.48m. מכאן:

$$V = \frac{1}{2} \cdot 9.6 \cdot 10^7 \cdot (1.3)^2 \cdot (0.48)^2 \approx 19 \cdot 10^6 \text{ volt}$$

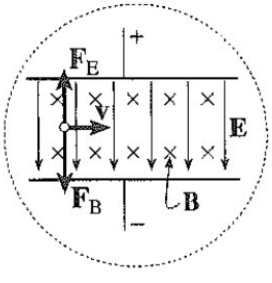
זאת אומרת שהמהירות הסופית של הפרוטונים בציקלוטרון שווה בגודלה למהירות שהיתה להם אילו הואצו בהפרש פוטנציאל של 19 מיליון וולט!

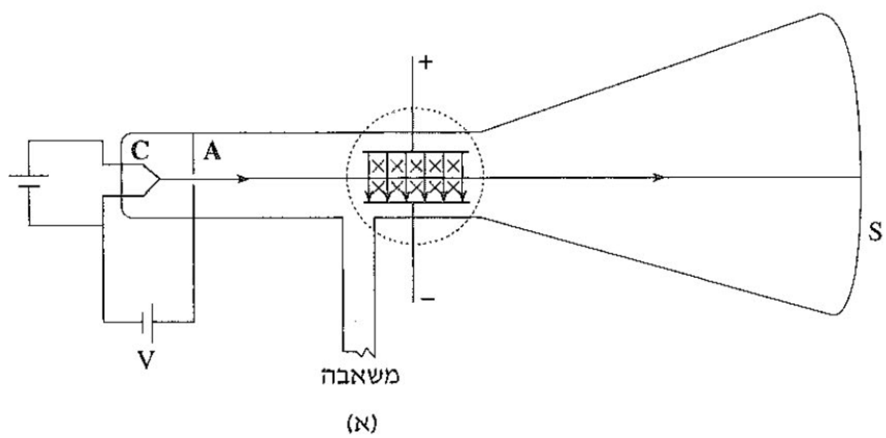
הציקלוטרון פועל בהצלחה רק עם חלקיקים בעלי מסה גדולה יחסית, כמו פרוטונים ודויטרונים. אי אפשר להאיץ בו אלקטרונים, כפי שיוסבר להלן. החלקיק המואץ יישאר במופע עם השדה החשמלי המתחלף רק אם מהירותו הזוויתית $\frac{Bq}{m}$ קבועה. q ו-B קבועים, אך לא כן המסה m; זו גדלה עם המהירות בגלל אפקטים יחסותיים. באנרגיה קינטית נתונה, המהירות של אלקטרון גדולה בהרבה מהמהירות של פרוטון או של דויטרון, והתוספת היחסותית למסת האלקטרון גדולה בהתאם. לדוגמה, המסה של אלקטרון בעל אנרגיה קינטית של 2 מיליון אלקטרון-וולט, זאת אומרת של אלקטרון שהואץ בהפרש פוטנציאל של 2 מיליון וולט, גדולה פי חמישה ממסתו במנוחה, ואילו המסה של דויטרון בעל 2 מיליון אלקטרון-וולט גדולה ממסת המנוחה שלו ב-0.01 אחוז בלבד. משום כך, אלקטרונים אינם מגיעים אל הרווח שבין התאים בזמן הנכון להאצה.

ו-8 מדידת היחס בין מטען האלקטרון למסתו $\left(\frac{e}{m}\right)$

ב-1897, במעבדת קוונדיש שבאנגליה, בחן ג'.ג'. תומסון (J. J. Thomson) את הסטייה של אלומת אלקטרונים בהשפעת שדה מגנטי ושדה חשמלי משולבים. מטרת הניסוי היתה למדוד את היחס בין המטען e למסה m של האלקטרון.

בתרשים ו-31 מתוארת גירסה מודרנית למערכת הניסוי של תומסון. אלקטרונים נפלטים מקתודה חמה C ומואצים ע"י מתח V בין הקתודה C לאנודה A. לאחר מכן הם נכנסים לאזור בו שני שדות





תרשים ו-31

אחידים, חשמלי **E** ומגנטי **B**, ניצבים זה לזה; האלקטרונים נעים במאונך לשני השדות. אלומת האלקטרונים פוגעת במסך פלואורסצנטי S ויוצרת עליו כתם אור. בכל החלל בו נעים האלקטרונים שורר ריק, כדי למנוע התנגשויות בינם ובין מולקולות שבאוויר.

כידוע, הכוח הפועל על חלקיק טעון הנע בשדה חשמלי ומגנטי נתון על ידי:

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_E + \mathbf{F}_B = q\mathbf{E} + q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

בתרשים ו-31,ב׳ רואים, שהשדה החשמלי פועל על אלקטרון שמטענו שלילי בכוח $\mathbf{F}_E$ כלפי מעלה, והשדה המגנטי פועל על חלקיק זה בכוח $\mathbf{F}_B$ כלפי מטה. אם הכוח החשמלי והכוח המגנטי מבטלים זה את זה (כלומר, אם $\Sigma\mathbf{F} = 0$), מתקיים הקשר:

$$eE = evB$$

או:

$$E = vB$$

כלומר, במהירות אלקטרון נתונה **v**, אפשר למנוע את הסטייה על ידי קביעת ערכים מתואמים של E ושל B.

שלבי הניסוי של תומסון היו:

(א) ציון מקום פגיעת האלומה במסך כשהשדה החשמלי **E** והשדה המגנטי **B** אינם מופעלים.

(ב) הפעלת שדה חשמלי קבוע **E** ומדידה של סטיית האלומה על המסך;

(ג) הפעלת שדה מגנטי (בנוסף לשדה החשמלי) ושינוי עוצמתו עד שסטיית האלומה חוזרת ומתאפסת.

ב״פרקי חשמל״ פרק ג׳, סעיף ג-12, ראינו שכאשר אלקטרון נכנס לאיזור בו שורר שדה חשמלי כך שמהירותו ניצבת לכיוון השדה, הסטייה שלו (y_1) הנמדדת בקצה הרחוק של לוחות ההסחה, נתונה על-ידי המשוואה:

$$y_1 = \frac{el^2}{2mdv_0^2} V$$

(ראה תרשים ג-35 בפרק ג׳).

בשינוי קל, בהסתמך על $E = \frac{V}{d}$, נקבל:

$$y_1 = \frac{eEl^2}{2mv_0^2}$$

כאשר v_0 היא מהירות האלקטרון בכניסתו לשדה, ו-l הוא אורך הלוחות.

y_1 אינו נמדד ישירות, אבל, אם הגיאומטריה של המתקן ידועה, אפשר לחשבו על פי הסטייה של נקודת האור על המסך.

y_1, E ו-l ידועים אפוא, ואילו היחס e/m והמהירות v_0 אינם ידועים.

איננו יכולים לחשב את e/m כל עוד איננו יודעים מהי המהירות, וזוהי מטרתו של שלב ג לעיל.

אם, בשלב ג, מכוונים את השדה המגנטי כך שהכוח המגנטי שווה בעוצמתו והפוך בכיוונו לכוח החשמלי, אז הכוח השקול הוא אפס, ואפשר לרשום

$$v_0 = \frac{E}{B}$$

נציב משוואה זו בנוסחת y_1 ונחלץ את היחס e/m:

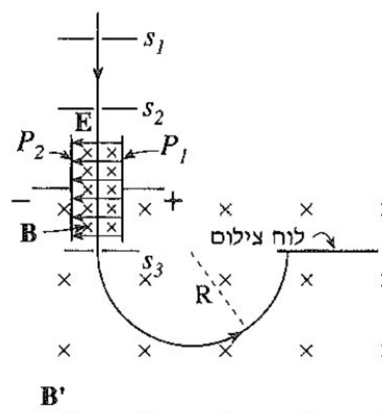
$$\boxed{\frac{e}{m} = \frac{2Ey_1}{B^2 l^2}} \qquad \text{(ו-8)}$$

כל הגדלים בצדה הימני של המשוואה ניתנים למדידה.

הערך של $\frac{e}{m}$ שחישב תומסון היה $1.7 \cdot 10^{11}$ $\frac{\text{קולון}}{\text{ק״ג}}$, והערך שחושב בשנת 1977 הוא $1.758805 \cdot 10^{11}$ $\frac{\text{קולון}}{\text{ק״ג}}$ - אכן התאמה טובה מאד!

ו-9 ספקטרוגרף מסות

כהדגמה נוספת של תנועת חלקיקים טעונים בשדה חשמלי ומגנטי, נתאר בקצרה סוג אחד של ספקטרוגרף מסות. העיקרון שבבסיס הפעולה של המכשיר דומה לזה שבניסוי של תומסון למדידת היחס $\frac{\text{מטען}}{\text{מסה}}$, אך במקרה זה מחשבים את המסה של יונים טעונים חיובית.



תרשים ו-32

את המכשיר הראשון בנה תומסון, אך מאז הוכנסו בו שינויים ושיפורים רבים.

ספקטרוגרף מסות שתכנן האמריקאי ביינברידג' (Bainbridge) מוצג באופן סכמתי בתרשים ו-32. בתוך שפופרת ריק מצויים שני לוחות מתכת S_1 ו-S_2, שבכל אחד מהם חריץ צר מאונך למישור הדף. בין הלוחות קיים הפרש פוטנציאלים קבוע של כמה אלפי וולט. יונים חיוביים נוצרים לפני S_1, עוברים דרך החריץ שבו, מואצים לעבר S_2 על ידי השדה החשמלי, ועוברים דרך החריץ שב-S_2. אנו נדון ביונים בעלי

מטען יחיד, כלומר באלה שמקורם באטומים שאיבדו אלקטרון אחד ולכן יש להם מטען חיובי שגודלו e.

לא כל היונים מגיעים אל הלוח S_1 באותה המהירות, ולכן הם גם יוצאים מ-S_2 במהירויות שונות. בצאתם, הם נתקלים ב״סנן מהירות״, המאפשר מעבר רק ליונים במהירות מסוימת.

כסנן מהירות משמש קבל שבין לוחותיו P_1 ו-P_2 קיים שדה חשמלי (בספקטרוגרף המסות המתואר בתרשים ו-32 הכיוון של שדה זה הוא מימין לשמאל), וכן גם שדה מגנטי - בספקטרוגרף המתואר שדה זה מאונך למישור הדף ונכנס לתוכו.

אחרי לוחות הקבל P_1 ו-P_2 מצוי לוח נוסף עם חריץ, S_3, דרכו עוברים רק היונים שלא הוסטו על ידי השדה החשמלי והמגנטי בין לוחות הקבל. אלה הם יונים הנעים במהירות כזו, שהכוח החשמלי והמגנטי הפועלים עליהם מאזנים זה את זה, זאת אומרת:

$$eE = evB \quad \text{או} \quad v = \frac{E}{B}$$

בתחום שאחרי S_3 קיים שדה מגנטי B' מאונך למישור הדף, אך לא שדה חשמלי. בתחום זה היון נע במסלול מעגלי שרדיוסו (ראה גם הנוסחה (ו-5) בסעיף ו-6)

$$R = \frac{mv}{eB'} \qquad \text{(ו-9)}$$

כאמור, הודות לסנן המהירות, לכל היונים בתחום זה אותה מהירות, על כן היחס $\frac{v}{eB'}$ שווה בכולם. אי לכך, הרדיוס R פרופורציוני למסת היון m:

$$R = \left(\frac{v}{eB'}\right)m \qquad \text{(ו-9')}$$

ככל שהמסה גדולה יותר, רדיוס המסלול גדול יותר.

לאחר שהשלימו חצי מעגל, היונים פוגעים בלוח צילום ומשאירים עליו סימנים שמתגלים כאשר מפתחים את הלוח. יש, כמובן, יונים רבים מכל סוג, ומכיוון שהחריצים מאורכים, נוצרים על לוח הצילום פסים (ולא נקודות).

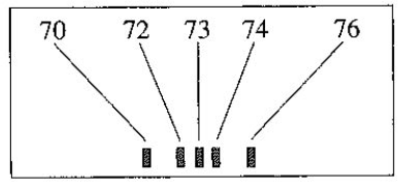
מרחקו של פס מסוים מהחריץ S_3 כפול מרדיוס המעגל שבו נעים היונים שיצרו אותו. המכשיר פורש את אלומת היונים ל״ספקטרום מסות״, בדומה למנסרה או לסריג, הפורשים אלומת אור לספקטרום, ומכאן שמו.

ספקטרוגרף מסות משמש בעיקר לחקירת איזוטופים - אטומים בעלי

מספר אטומי שווה, אך מסה שונה. (המספר האטומי הוא מספר הפרוטונים שבגרעין האטום; השוני במסת האיזוטופים נובע ממספר שונה של ניטרונים בגרעיניהם.)

רוב היסודות מופיעים בטבע כתערובות של איזוטופים. איזוטופים אינם נבדלים בתכונותיהם הכימיות, כי אלה תלויות במספר האלקטרונים ובסידורם, ולכן אי אפשר להפריד ביניהם באמצעים כימיים. ספקטרוגרף המסה מפריד אותם, וכך אפשר ללמוד על ההרכב האיזוטופי של החומר.

בתרשים ו-33 נראות פגיעות איזוטופים של גרמניום (Ge) בלוח הצילום של ספקטרוגרף מסה. המספרים הם מספרי המסה (מספר פרוטונים + מספר ניטרונים) של האיזוטופים השונים.



תרשים ו-33

הרחבה והעמקה

תנועה בורגית של חלקיק טעון בשדה מגנטי אחיד; מיקוד מגנטי

כידוע, על חלקיק שמסתו m ומטענו q הנכנס לתוך שדה מגנטי אחיד **B** במהירות **v** המאונכת לשדה, פועל כוח

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

כוח זה מאלץ את החלקיק לנוע במישור מאונך לשדה המגנטי במסלול מעגלי שרדיוסו

$$r = \frac{mv}{qB}$$

הזמן הדרוש כדי שהחלקיק ישלים סיבוב אחד במסלול המעגלי הוא

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi r}{v}$$

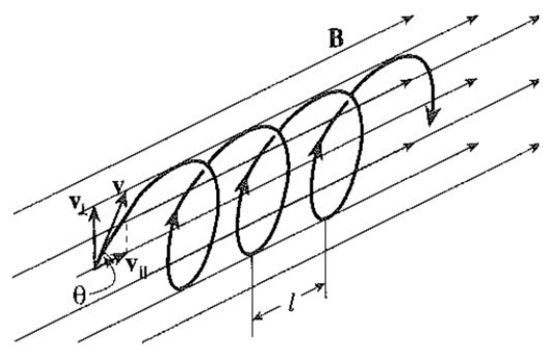
נבדוק עתה מה קורה לחלקיק הנכנס לשדה מגנטי אחיד במהירות שאיננה מאונכת לשדה. נניח שבין מהירות החלקיק **v** ובין השדה המגנטי **B** קיימת זווית θ ($0° < \theta < 90°$, ראה תרשים ו-34).

נפרק את מהירות החלקיק **v** לשני רכיבים: $\mathbf{v}_{\parallel}$ - רכיב המקביל לשדה המגנטי, ו $\mathbf{v}_{\perp}$ - רכיב המאונך לשדה. ברור כי:

$$v_{\perp} = v \sin\theta \quad , \quad v_{\parallel} = v \cos\theta$$

$\mathbf{v}_{\parallel}$ איננו מושפע ע"י השדה המגנטי (**מדוע?**), לכן הוא מקדם את החלקיק בתנועה קצובה בכיוון השדה, ואילו $v_{\perp}$ גורם לכך שהחלקיק ינוע במישור מאונך לשדה על קשת מעגלית שרדיוסה

$$r = \frac{mv \sin\theta}{qB}$$



תרשים ו-34

שילוב שתי תנועות אלה - התקדמות בתנועה קצובה במקביל לשדה המגנטי **B** וסיבוב בתנועה מעגלית במישור המאונך לשדה, מהווה "תנועה בורגית" (ספירלה בלע"ז) - ראה תרשים ו-34. הזמן הדרוש להשלמת סיבוב אחד בתנועה הבורגית הוא

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi\, m}{qB}$$

ובזמן זה מתקדם החלקיק לאורך "פסיעה" אחת של הקו הבורגי, שאורכה l נתון על ידי:

$$l = v \cos\theta\ T = \frac{2\pi\, mv \cos\theta}{qB}$$

במקרים בהם הזווית θ בין מהירות החלקיק הטעון ובין השדה המגנטי היא זווית קטנה, אפשר לומר כי בקירוב טוב, אורך פסיעת הקו הבורגי איננו תלוי ב-θ. זאת, מכיון שמהנוסחה הטריגונומטרית המקורבת

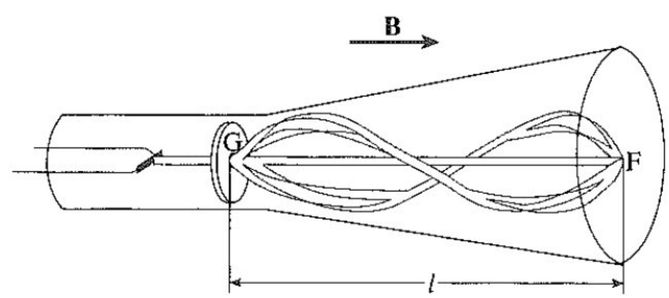
$$\cos\theta \approx 1 - \frac{1}{2}\theta^2$$

נובע, כי לזוויות θ קטנות אפשר לרשום $\cos\theta \approx 1$, ולכן, עבור זוויות אלה, האורך l של פסיעת הקו הבורגי נתון על ידי

$$l \approx \frac{2\pi mv}{qB}$$

משתמשים בעובדה חשובה זו לביצוע פעולה הנקראת "מיקוד מגנטי" (magnetic focusing).

בתרשים ו-35 מתוארת שפופרת ריק ובה אלומה מתבדרת (במקצת) של אלקטרונים היוצאים במהירויות שוות בגודלן, v, מפיתחו הצר G של "תותח אלקטרונים". כדי לרכז את האלומה המתבדרת בנקודה F שמרחקה מהפתח הצר G הוא l, מפעילים שדה מגנטי אורכי (ז"א שדה מגנטי שקווי השדה שלו מקבילים לציר האורך של השפופרת).



תרשים ו-35

אפשר ליצור שדה כזה בעזרת סליל (סילונית) העוטף את שפופרת הריק. כאשר מזרימים זרם חשמלי מתאים דרך הסליל, כך שעוצמת השדה המגנטי בתוכו תהיה

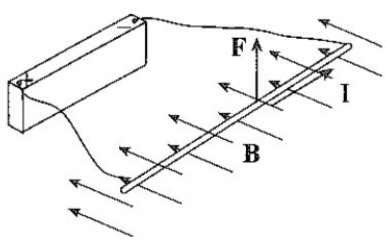
$$B = \frac{2\pi m v}{e l}$$

(m ו-e הם מסת האלקטרון ומטענו), ייפגשו מרבית האלקטרונים שיצאו מהפתח G ב"מוקד" F, שמרחקו מ-G הוא l.

ו–10 הכוח המגנטי הפועל על זרם חשמלי; מאזני זרם

נתאר לעצמנו תיל מוליך ישר הנושא זרם I בשדה מגנטי אחיד **B** המאונך לתיל (תרשים ו-36). אם לכל חלקיק טעון הנע עם הזרם לאורך התיל יש מהירות סחיפה v_d ומטען q (ראה חלק א - פרקי חשמל - סעיף ד-7) אזי גודל הכוח המגנטי f שהשדה מפעיל עליו יהיה נתון על ידי המשוואה

$$f = q v_d B$$



תרשים ו-36

נניח שאורכו של התיל הוא l, שטח חתכו A, והוא מכיל **n** נושאי מטען (זאת אומרת n חלקיקים ניידים טעונים) לכל יחידת נפח; **גודל** הכוח המגנטי השקול הפועל על כל נושאי המטען הנעים בתיל יהיה:

$$F = nAlqv_dB$$

המכפלה $nAqv_d$ אינה אלא הזרם I (ראה "פרקי חשמל" פרק ד'), כלומר:

$$\boxed{F = IlB} \qquad (ו\text{-}10)$$

הערה: כידוע, פרט למהירות הסחיפה v_d יש לחלקיקים הטעונים הנעים בתיל - אלקטרונים במוליכים מתכתיים - גם מהירויות תרמיות אקראיות. ממוצע הכוחות המגנטיים הפועלים על החלקיקים כתוצאה ממהירויות אלה מתאפס (**מדוע?**), לכן אין הם תורמים לכוח המגנטי השקול הפועל על נושאי המטען בתיל.

אם בין התיל הישר הנושא זרם I ובין השדה המגנטי האחיד **B** ישנה זוית ϕ, נקבל עבור **גודל** הכוח שהשדה המגנטי מפעיל על התיל את המשוואה:

$$F = IlB\sin\phi \qquad \text{(1-11)}$$

לגבי וקטור הכוח **F** נוכל לרשום

$$\mathbf{F} = I\,\mathbf{l} \times \mathbf{B} \qquad \text{(1-11')}$$

כאשר **l** הוא וקטור המייצג בגודלו את אורך התיל l ובכיוונו את כיוון הזרם I.

המשוואות 1-10, ו-1-11 מאפשרות לחשב את הכוח ששדה מגנטי מפעיל על תיל בו זורם זרם חשמלי רק אם השדה המגנטי **אחיד** ואם התיל **ישר**. אם התיל אינו ישר ו/או אם השדה המגנטי אינו אחיד, מתייחסים אל התיל כאילו היה מורכב מהרבה מאוד קטעי תיל קצרים וישרים. העוצמה dF של הכוח הפועל על קטע קצר של התיל שאורכו dl הנמצא בנקודה שבה השדה המגנטי הוא **B** היא:

$$dF = IBdl\sin\phi \qquad \text{(1-12)}$$

ϕ - הזווית בין הווקטור **dl** ובין השדה המגנטי **B**.

הווקטור **dF** של אלמנט הכוח ניצב למישור המוגדר ע"י הווקטורים **Idl** ו-**B** (**מדוע?**), וכדי למצוא את כיוונו יש להשתמש בכלל היד הימנית.

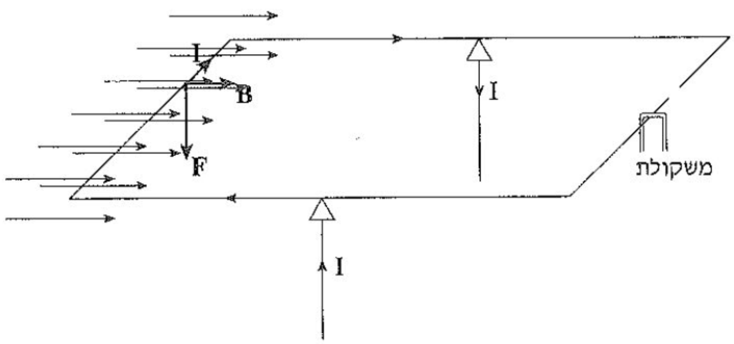
מקובל לרשום עובדות אלה בכתיב וקטורי:

$$d\mathbf{F} = I\,d\mathbf{l} \times \mathbf{B} \qquad \text{(1-13)}$$

כדי לחשב את הכוח השקול הפועל על התייל כולו צריכים לבצע סכימה (אינטגרציה) של כל אלמנטי הכוח לאורך התיל.

"מאזני זרם"

במקרים מסוימים קל יחסית למדוד את הכוח ששדה מגנטי מפעיל על תיל נושא זרם המצוי בתוך השדה. כשהשדה המגנטי אחיד ואופקי אפשר לעשות זאת באמצעות מיתקן הנקרא "מאזני זרם". זהו מיתקן הדומה במבנהו למאזניים רגילים, אלא שאחת ה"כפות" שלו היא תיל ישר בעל אורך l המוכנס כשהוא ניצב לשדה המגנטי שאת עוצמתו B רוצים למדוד (ראה תרשים ו-37). כאשר בתיל זורם זרם חשמלי I, השדה המגנטי **B** מפעיל עליו כוח **F** אותו מודדים באמצעות המשקולות הדרושות לאיזון המאזניים מחדש.



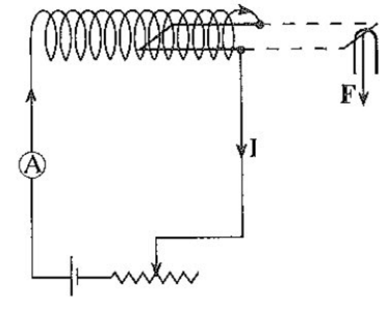
תרשים ו-37

מכיוון שהתיל ניצב לקווי השדה המגנטי האחיד, מתקיים הקשר:

$$B = \frac{F}{Il}$$

מדידת F (משקל המשקולות המאזנות את מאזני הזרם) ו-I (עוצמת הזרם החשמלי הזורם בתיל) מאפשרת לחשב את העוצמה B של השדה המגנטי הנמדד (כאמור, l הוא אורך התיל הניצב לשדה המגנטי האחיד - זהו גודל נתון וידוע של המיתקן).

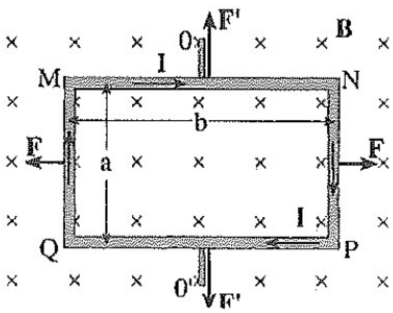
?



תרשים ו-38

תרשים ו-38 מתאר מעגל חשמלי בו השתמשו כדי למדוד את עוצמת השדה המגנטי במרכז סילונית.
המדידות שבוצעו הראו כי $F \propto I^2$, כלומר כי גודל הכוח **F** שהיה דרוש לאיזון המאזניים פרופורציוני לריבוע עוצמת הזרם **I** שזרם דרך הסילונית ומאזני הזרם. מהו ההסבר לעובדה זו?

11-ו כוחות מגנטיים ומומנטי סיבוב הפועלים על לולאה נושאת זרם בשדה מגנטי



תרשים ו-39
מישור הלולאה ניצב לשדה המגנטי - "מראה מהצד"

אחרי שדנו בכוח הפועל על תיל ישר הנושא זרם בשדה מגנטי אחיד, נתייחס ללולאה נושאת זרם הנמצאת בשדה כזה. נניח שבלולאה מלבנית MNPQM היכולה להסתובב סביב ציר אנכי 'OO זורם זרם חשמלי I. הלולאה נמצאת בשדה מגנטי אחיד **B**. אם מישור הלולאה ניצב לשדה המגנטי (תרשים ו-39), יפעל על כל אחת מהצלעות MQ = NP, שאורכן הוא a, כוח **F** שעוצמתו:

$$F = IBa$$

ועל כל אחת מהצלעות MN = QP של הלולאה, שאורכן הוא b, פועל כוח '**F** שעוצמתו:

$$F' = IBb$$

השקול של כוחות אלה הוא אפס, ובמצב המתואר בתרשים ו-39 לא פועל על הלולאה מומנט סיבוב (בקשר למשמעות המושג "מומנט סיבוב" - ראה הרחבה והעמקה בהמשך).

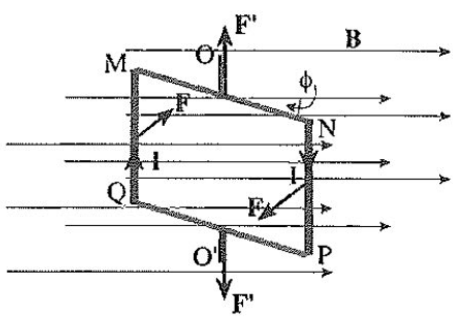
נניח עתה שמישור הלולאה אינו ניצב לשדה המגנטי, אלא שהוא יוצר איתו זווית ϕ, כאשר $0° < \phi < 90°$ (תרשים ו-40, א' ו-ב').

במקרה זה נוכל לרשום:

$$F = IBa \quad \text{ו-} \quad F' = IBb\sin\phi$$

הסכום הוקטורי של הכוחות הפועלים על צלעות הלולאה ממשיך אמנם לשוות לאפס, אבל הפעם פועל על הלולאה מומנט סיבוב τ:

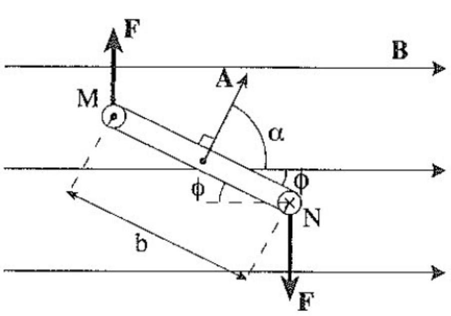
$$\tau = Fb\cos\phi = IBab\cos\phi \qquad \text{(ו-14)}$$



(א)

המכפלה ab של צלעות הלולאה שווה לשטח הלולאה A. מקובל לתאר שטח זה באמצעות קטע מכוון (וקטור) **A** המאונך לשטח הלולאה ואשר נקודת אחיזתו היא מרכז הלולאה. מכיוון שבין הזוויות ϕ ו-α קיים הקשר $\alpha = 90° - \phi$ (ראה תרשים ו-40,ב'), נוכל לרשום לגבי מומנט הסיבוב τ הפועל על הלולאה גם את הנוסחה:

$$\tau = IBA\sin\alpha \qquad \text{(ו-14')}$$



(ב)

תרשים ו-40
מישור הלולאה יוצר זווית ϕ עם השדה המגנטי; (א) - "מראה מרחבי", (ב) "מראה מלמעלה".

מסתבר אפוא שמומנט הסיבוב τ הפועל על הלולאה **מירבי** כאשר $\alpha = 90°$, כלומר כאשר הווקטור **A** המייצג את שטח הלולאה ניצב לשדה המגנטי **B** הפועל עליה, **ומתאפס** כאשר **A** מקביל לשדה **B**; במצב זה מישור הלולאה ניצב לשדה המגנטי.

אם לולאת הכריכה הבודדת תוחלף בסליל בעל N כריכות צפופות, יהיה עלינו לחשב את הכוחות ואת מומנטי הסיבוב הפועלים על כל כריכה לחוד ולסכמם.

החישוב פשוט, והתוצאה המתקבלת היא שמומנט הסיבוב הפועל על סליל בעל N כריכות צפופות מבוטא על ידי הנוסחה:

$$\boxed{\tau = NIBA\sin\alpha} \qquad \text{(15-ו)}$$

I - עוצמת הזרם בסליל, B - עוצמת השדה המגנטי האחיד, A - השטח של כל ליפוף של הסליל, N מספר הליפופים שלו, ו-α היא, כאמור, הזווית בין וקטור שטח הסליל **A** ובין וקטור השדה המגנטי האחיד **B**.

?

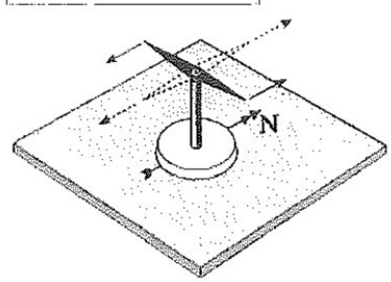
בלולאה מעגלית של תיל שרדיוסה a זורם זרם חשמלי I; הלולאה נמצאת בשדה מגנטי אחיד **B**, אשר בינו לבין האנך לשטח הלולאה קיימת זווית α. מהו מומנט הסיבוב שהשדה המגנטי מפעיל על הלולאה? נמק את תשובתך.

הרחבה והעמקה

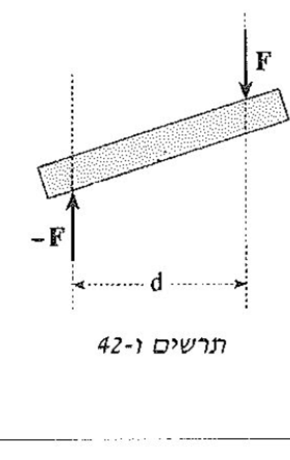
"צמד כוחות" ומומנט סיבוב

לשני כוחות שווי עוצמה ומנוגדי מגמה אשר קווי פעולתם מקבילים ואינם מתלכדים קוראים "צמד כוחות" או בקיצור - "צמד". דוגמה ל"צמד" הם הכוחות שהשדה המגנטי הארצי מפעיל על מחט מצפן שהוסטה מהכיוון צפון-דרום (ראה תרשים ו-41). מכיוון שהשקול של צמד כוחות שווה לאפס, הצמד אינו גורם לתנועה קווית של גוף הנמצא במנוחה, הוא גורם רק לסיבובו במגמה מסוימת. "מומנט" של צמד כוחות, ובמילים אחרות - "מומנט הסיבוב" של צמד כוחות (בדרך כלל מסמנים אותו באות היוונית τ), מוגדר כמכפלת הכוח האחד במרחק שבין קווי הפעולה של שני הכוחות, כלומר $\tau = F \cdot d$ (תרשים ו-42).

גוף שצמד פועל עליו לא יימצא בשיווי-משקל אלא אם יפעל עליו צמד שני שהמומנט שלו שווה בגודלו לראשון ומנוגד לו במגמתו.



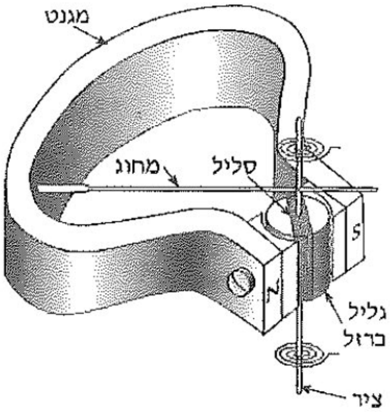
תרשים ו-41



תרשים ו-42

מכשירי מדידה חשמליים עם סליל מסתובב

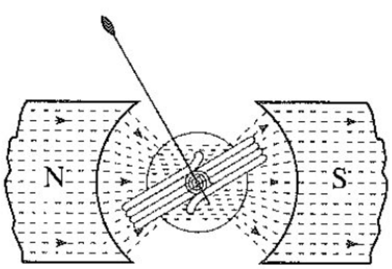
במכשירי מדידה חשמליים רבים (וולטמטרים ואמפרמטרים) מצוי סליל נושא זרם היכול להסתובב בשדה מגנטי בין קוטבי מגנט פרסה (תרשים ו-43). הסליל מסתובב על ציר ומחובר לשני קפיצים ספירליים המשמשים הן כמוליכי זרם והן כיוצרי מומנט סיבוב המחזיר את הסליל למצבו ההתחלתי כשהזרם החשמלי דרכו מתאפס.



תרשים ו-43

הודות ל״גרעין״ קבוע בצורת גליל מברזל רך המצוי בתוך הסליל, השדה המגנטי בין קוטבי מגנט הפרסה, באזור בו מסתובב הסליל, הוא שדה רדיאלי (תרשים ו-44). כתוצאה מכך, מומנט הסיבוב של צמד הכוחות האלקטרומגנטיים הפועלים על הסליל יהיה $NIBA$, בכל מצב שבו הוא יימצא. כשבסליל יזרום זרם חשמלי מסוים, הוא יסתובב בשדה המגנטי הרדיאלי עד שיגיע למצב של שיווי משקל, כאשר המומנט המחזיר של הקפיצים הספירליים ישתווה למומנט צמד הכוחות האלקטרומגנטיים.

מכיוון שהמומנט המחזיר של הקפיצים הספירליים פרופורציוני לזווית הסיבוב α של הסליל, נוכל לרשום עבור מצב שיווי המשקל את המשוואה:



תרשים ו-44

$$NBAI = C\alpha \quad (15\text{-ו})$$

(C - קבוע הקפיץ הספירלי).

ובצורת רישום אחרת:

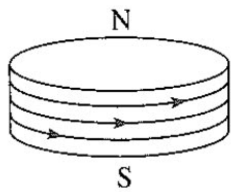
$$\boxed{\alpha = \frac{NBA}{C} I = kI} \quad (15'\text{-ו})$$

כלומר, סטיית מחוג המכשיר (המחוג מחובר לסליל ומסתובב יחד איתו) פרופורציונית לזרם החשמלי הזורם דרך הסליל.

הרחבה והעמקה

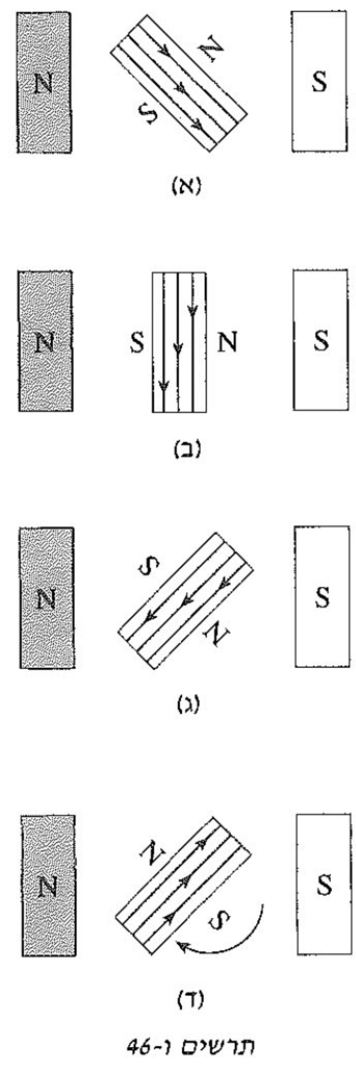
מנוע חשמלי פשוט

סליל קבוע על ציר, המסתובב בשדה מגנטי כאשר מזרימים בו זרם חשמלי, יכול לשמש לבניית מנוע חשמלי פשוט. הסליל בו זורם הזרם מתנהג כמגנט שקוטביותו תלויה בכיוון הזרם (תרשים ו-45).

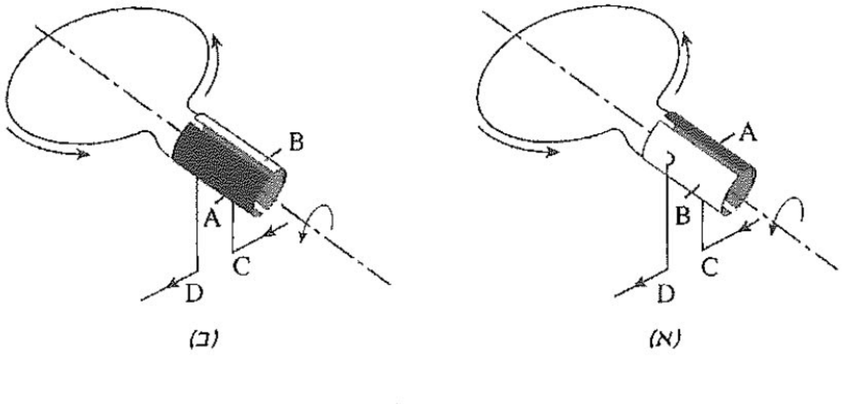


תרשים ו-45

נניח שברגע מסוים הסליל נמצא במצב א' (תרשים ו-46). הוא מסתובב ושואף להגיע לבסוף למצב ב', אולם בגלל תנופתו, הוא יעבור את מצב ב', יגיע למצב ג' ויחזור ויבצע תנודות סביב מצב ב'. אם רוצים שהסליל ימשיך להסתובב באותו כיוון, צריכים להחליף את קוטביותו ברגע שהוא עובר את מצב ב'. לשם כך הופכים את כיוון הזרם, כמתואר במצב ד'. מובן כי לשם השגת סיבוב רצוף יש לחזור ולהפוך את כיוון הזרם כעבור חצי סיבוב נוסף וחוזר חלילה. משיגים זאת באמצעות **קומוטטור** (הופך כיוון). הקומוטטור עשוי שני פסי מתכת A ו-B מבודדים זה מזה ומהודקים לקצות הסליל, סמוך לציר הסיבוב שלו (תרשים ו-47). קצהו האחד של הסליל מחובר לפס A, והשני לפס B.
שני התיילים המוליכים C ו-D המעבירים את הזרם לסליל, נוגעים קלות ב-A ו-B. במשך חצי הסיבוב האחד, C נוגע ב-A ו-D נוגע ב-B (תרשים ו-47, א'); בחצי הסיבוב השני C נוגע ב-B ו-D נוגע ב-A (תרשים ו-47, ב'), כך שכיווני הזרם בסליל הפוכים בשני המקרים.



תרשים ו-46



תרשים ו-47

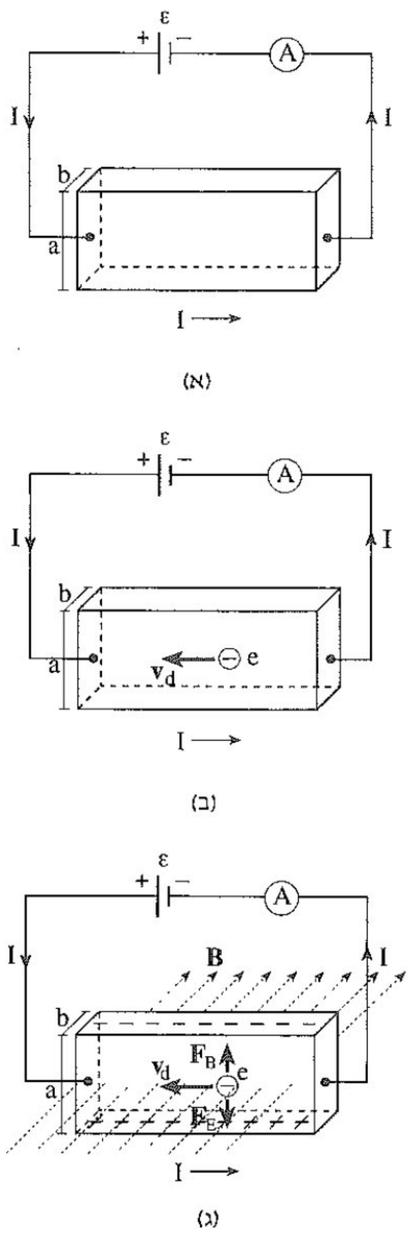
12–ו אפקט הול (Hall effect)

במוליך מתכתי שחתכו מלבני*, רוחבו a ועוביו b, זורם זרם חשמלי I בכיוון ימינה (תרשים ו-48, א'). כידוע, זרם חשמלי במוליך מתכתי מורכב מאלקטרונים הנעים במהירות סחיפה ממוצעת $\mathbf{v}_d$, בכיוון הפוך לכיוון שמקובל לסמנו ככיוון הזרם I; לפיכך זרם האלקטרונים במוליך שלנו הוא שמאלה (תרשים ו-48, ב'). ברגע מסוים מפעילים שדה מגנטי אחיד **B** במאונך למוליך, בכיוון המתואר בתרשים ו-48, ג'. השדה המגנטי **B** מפעיל כוח אלקטרומגנטי $\mathbf{F}_B$ על כל אלקטרון הנע במוליך. כוח זה ניצב לווקטורים **B** ו-$(-e)\mathbf{v}_d$, כיוונו כלפי מעלה וגודלו הוא $F_B = ev_dB$. כתוצאה מפעולתו ייסטו האלקטרונים ממסלולם (שהיה מקביל לציר המוליך) ויתחילו להצטבר בחלקו העליון. עודף המטענים השליליים שנוצר בצידו העליון של המוליך, ועודף המטענים החיוביים, המתאים לו, שנשאר בצידו התחתון, יוצרים שדה חשמלי רוחבי, $\mathbf{E}_t$, המפעיל על האלקטרונים כוח $\mathbf{F}_E = -e\mathbf{E}_t$ כלפי מטה (ראה תרשים ו-48, ג'). תהליך ההצטברות של מטענים בעלי סימנים הפוכים בחלקים התחתון והעליון של המוליך ייפסק כאשר הכוח החשמלי הפועל על האלקטרונים יקזז בדיוק את הכוח האלקטרומגנטי הפועל עליהם, כלומר כאשר יתקיים $E_t = v_dB$.

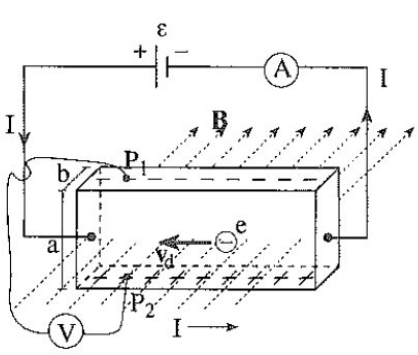
את קיומו של השדה הרוחבי $\mathbf{E}_t$ אפשר להדגים בקלות. לפני הפעלת השדה המגנטי (כאשר $B = 0$), מחברים וולטמטר רגיש לשתי נקודות P_1 ו-P_2 בשני הצדדים הנגדיים של המוליך, כך שכאשר במוליך זורם זרם I, המתח בין שתי הנקודות הוא אפס. לאחר הפעלת השדה המגנטי **B**, בין שתי הנקודות P_1 ו-P_2 מתקבל מתח שונה מאפס (תרשים ו-49). מתח זה, הנקרא "מתח הול" (נוהגים לסמנו $\mathbf{V}_H$), שווה למכפלת גודל השדה הרוחבי $\mathbf{E}_t$ ברוחב המוליך a, כלומר:

$$\boxed{V_H = E_t \cdot a = v_dB\,a} \qquad \text{(ו-16)}$$

יש לשים לב לעובדה החשובה, שאם הזרם I היה נוצר על ידי נושאי-מטען חיוביים הנעים ימינה, ולא על ידי אלקטרונים הנעים שמאלה,



תרשים ו-48



תרשים ו-49

---

* הנחנו שחתך המוליך מלבני רק כדי לפשט את התרשים ואת ההסבר הנלווה; התוצאות המתוארות הן כלליות, ואינן תלויות בצורה החתך של המוליך.

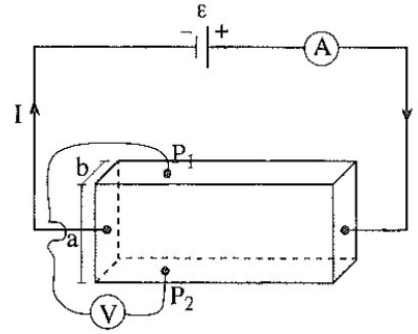
היה הפרש הפוטנציאלים הפוך בסימנו (**מדוע?**). כאן לראשונה מוצע ניסוי המאפשר לגלות את **הסימן** של נושאי המטען במוליך.

התופעה שתארנו נתגלתה כבר בשנת 1879 על ידי הפיסיקאי האמריקני הול (E.H. Hall), על כן היא נקראת על שמו "אפקט הול".

התועלת הרבה שבאפקט הול באה לידי ביטוי בעיקר בחקר המוליכים למחצה. בעזרת אפקט זה אפשר לגלות את הריכוז ואת הסימן של נושאי המטען במוליכים אלה. כמו כן אפשר לנצל את העובדה שמתח-הול פרופורציוני לעוצמת השדה המגנטי B, ולבנות מתקן מתאים אשר, לאחר כיול, ישמש מכשיר פשוט וקטן-ממדים למדידת שדות מגנטיים.

תרגילים לדוגמה

1. בלוחית דקה של נחושת (Cu) שרוחבה $a = 1$ ס"מ ועוביה $b = 1$ מ"מ זורם זרם חשמלי $I = 20$ אמפר. וולטמטר רגיש המחובר לשתי נקודות נגדיות P_1 ו-P_2 על הלוחית מראה שהמתח ביניהן הוא אפס (תרשים ו-50). כשמפעילים בניצב ללוחית שדה מגנטי אחיד שעוצמתו $B = 1.5$ טסלה, מראה מד המתח הרגיש שהפוטנציאל של הנקודה P_1 נמוך מהפוטנציאל של הנקודה P_2 ב-2.2 מיקרוולט. המסה האטומית של נחושת היא 63.5 וצפיפותה היא $d \approx 9$ גר\סמ^3.



תרשים ו-50

(א) מהי מהירות הסחיפה הממוצעת v_d של נושאי המטען (האלקטרונים) בלוחית?

(ב) מהו כיוון השדה המגנטי B הפועל על הלוחית?

(ג) מהו מספר האלקטרונים החופשיים ליחידת נפח, n, בלוחית?

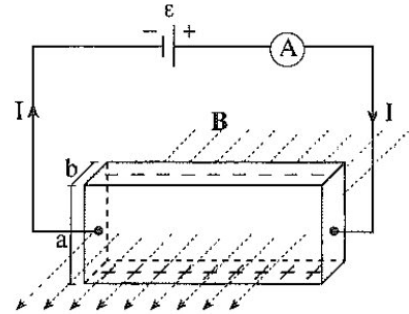
(ד) מהו המספר הממוצע של אלקטרונים חופשיים לכל אטום נחושת?

פתרון

(א)
$$v_d = \frac{V_H}{Ba} = \frac{2.2 \cdot 10^{-6}}{1.5 \cdot 10^{-2}} \cong 1.47 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$$

מהירות הסחיפה היא אפוא קטנה מאוד, פחות ממילימטר בשניה.

(ב) בהתאם לכיוון הזרם (ראה תרשים ו-50), נושאי המטען, שהם אלקטרונים, נעים בלוחית ימינה, לכן אם הפוטנציאל של P_1 נמוך מהפוטנציאל של P_2, השדה המגנטי האחיד הניצב ללוחית מכוון מתוכה החוצה (ראה תרשים ו-51).



תרשים ו-51

(ג) נסתמך על הקשר $I = q_e n A v_d$ (נוסחה ד-4 בפרק ד')

ונקבל: $v_d = \frac{I}{q_e nA} = \frac{V_H}{Ba}$

כלומר: $n = \frac{IBa}{q_e AV_H} = \frac{IB}{q_e bV_H}$

כי $A = ab$

כידוע, מטען האלקטרון הוא $|q_e| = 1.6 \times 10^{-19}$ קולון, לכן:

$$n = \frac{20 \cdot 1.5}{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-3} \cdot 2.2 \cdot 10^{-6}} \approx 8.5 \cdot 10^{28} \left(\frac{1}{m^3}\right)$$

(ד) המסה של מול אטומי נחושת היא $M(Cu) = 63.5$ גרם.

לפיכך, הנפח של 1 מול אטומי נחושת הוא:

$$V_{mol} = \frac{M(Cu)}{d(Cu)} = \frac{63.5}{9} \approx 7.1\ cm^3 \approx 7.1 \cdot 10^{-6}\ m^3$$

כידוע, בנפח זה מצוי מספר אבוגדרו ($N_0 = 6 \times 10^{23}$) של אטומים. לכן מספר אטומי הנחושת ביחידת נפח, n', הוא:

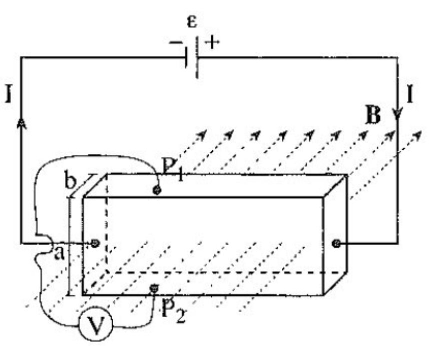
$$n' = \frac{6 \cdot 10^{23}}{7.1 \cdot 10^{-6}} \approx 8.45 \cdot 10^{28} \left(\frac{1}{m^3}\right)$$

המסקנה אפוא כי בנחושת קיים אלקטרון חופשי אחד לכל אטום.

2. מזרימים זרם חשמלי שעוצמתו $I = 20$ מיליאמפר דרך לוחית של מוליך למחצה שרוחבה $a = 1$ ס"מ ועוביה $b = 1$ מ"מ.
כאשר מפעילים בניצב ללוחית שדה מגנטי אחיד שעוצמתו $B = 1.5 \cdot 10^{-3}$ טסלה, נוצר מתח הול $V_H = 0.75$ מיליוולט בין הנקודות P_1 ו-P_2 הנמצאות זו מול זו משני צידיה. פוטנציאל הנקודה P_1 גבוה מפוטנציאל הנקודה P_2 כשהשדה המגנטי B מכוון לתוך הלוחית, פנימה (ראה תרשים ו-52).

(א) מהו מספר נושאי המטען ליחידת נפח בלוחית המוליך למחצה, אם המטען של כל נושא מטען שווה בערכו המוחלט למטען האלקטרון?

(ב) מהו סימן נושאי המטען (האם הם חיוביים או שליליים)?



תרשים ו-52

פתרון

(א) בהסתמך על פתרון חלק (ג) בתרגיל הקודם, נקבל:

$$n = \frac{IB}{q_e bV_H} = \frac{20 \cdot 10^{-3} \cdot 1.5 \cdot 10^{-3}}{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-3} \cdot 0.75 \cdot 10^{-3}}$$

כלומר: $n \approx 2.5 \cdot 10^{20} \left(\frac{1}{m^3}\right)$

(ב) מן העובדה שהפוטנציאל של הנקודה P_1 גבוה מזה של הנקודה P_2, ומכיוון השדה המגנטי **B**, אנו למדים שנושאי המטען שליליים.

מפתרון שני תרגילים אלה ניתן ללמוד כי בתנאים פיסיקליים דומים (אותו זרם ואותו שדה מגנטי), מתחי Hall הנוצרים בלוחיות של מוליכים למחצה גדולים בהרבה ממתחי Hall הנוצרים בלוחיות של מוליכים מתכתיים.

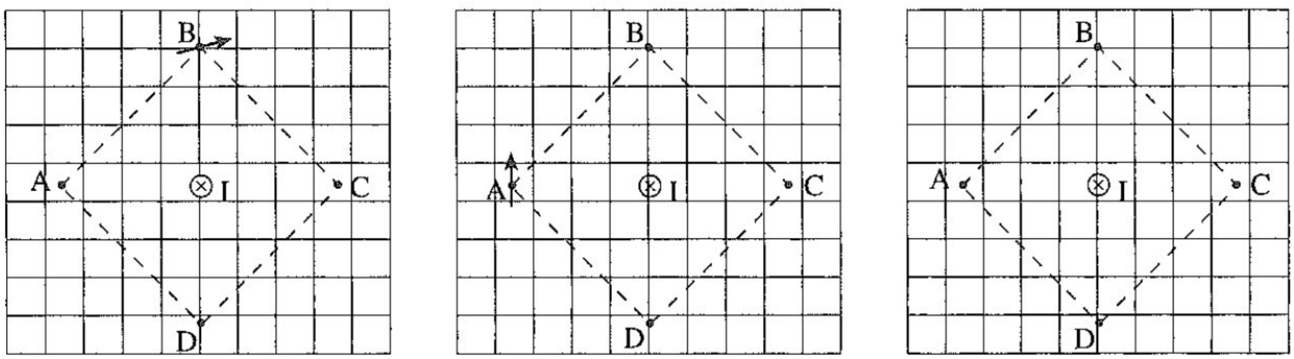
מהו ההסבר הפיסיקלי לעובדה זו?

לבניית גלאים של שדות מגנטיים, שפעולתם מבוססת על אפקט Hall, משתמשים אפוא בלוחיות של מוליכים למחצה, ולא בלוחיות מתכת.

שאלות ותרגילים

1. על גבי שולחן מונח תייל ישר וארוך שדרכו זורם זרם חשמלי חזק. מה יקרה לגרגירי ברזל קטנים, אם יפזרו אותם על גבי השולחן בקרבת התייל? נמק.

2. ארבע נקודות A, B, C, D מהוות קודקודים של ריבוע במישור אופקי. בתיל אנכי ישר וארוך, החודר דרך מרכז הריבוע, זורם זרם חשמלי I שכיוונו פנימה, לתוך המישור (תרשים א׳). כאשר שמים מחט-מצפן בנקודה A, היא מצביעה בכיוון המתואר בתרשים ב׳, וכאשר שמים את מחט המצפן בנקודה B, היא מצביעה בכיוון המתואר בתרשים ג׳.



(ג) (ב) (א)

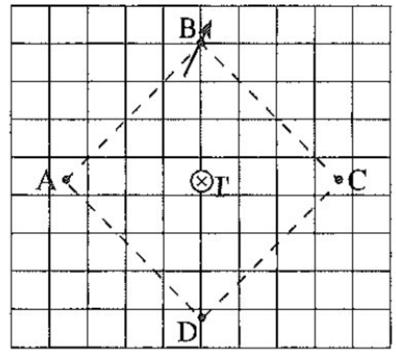
א. באיזה כיוון תצביע מחט המצפן אם נשים אותה בנקודה C?
ב. באיזה כיוון תצביע מחט המצפן אם נשים אותה בנקודה D?
שרטט תרשימים מתאימים, תאר בהם את כיווני מחט המצפן ונמק את תשובותיך.

3. הופכים את כיוון הזרם I בתיל האנכי שבו דנו בשאלה הקודמת (כלומר הזרם I בתיל האנכי החודר דרך מרכז הריבוע האופקי ABCD מכוון עתה מתוך מישור הריבוע, החוצה).
באיזה כיוון תצביע מחט-המצפן אם נשים אותה בנקודה:
א. A; ב. B; ג. C; ד. D?
שרטט תרשימים מתאימים, תאר בהם את כיווני מחט המצפן ונמק את תשובותיך.

4. חוזרים ומבצעים ניסוי דומה לזה שתואר בשאלה 1, אולם הזרם המוזרם בתיל האנכי בכיוון פנימה, לתוך מישור הריבוע, הוא הפעם 'I. עתה, כששמים מחט-מצפן בנקודה B, היא מצביעה בכיוון המתואר בתרשים. באיזה כיוון תצביע מחט-מצפן אם נשים אותה בנקודה:

א. A; ב. B; ג. C; ד. D?

תאר בעזרת תרשימים מתאימים ונמק את תשובותיך.

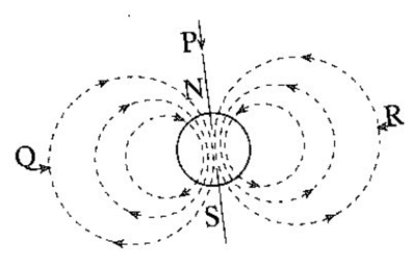


5. הופכים את כיוון הזרם 'I בתיל האנכי שבו דנו בשאלה הקודמת (כלומר הזרם 'I בתייל האנכי החודר דרך מרכז הריבוע האופקי ABCD מכוון עתה ממישור הריבוע החוצה). באיזה כיוון תצביע מחט-המצפן אם נשים אותה בנקודה:

א. A; ב. B; ג. C; ד. D?

שרטט תרשימים מתאימים, תאר בהם את כיווני מחט המצפן, ונמק את תשובותיך.

6. התרשים מתאר בקירוב את קווי השדה המגנטי של כדור הארץ, אליו מגיעים כל הזמן ומכל הכיוונים חלקיקים מהירים מאד הטעונים במטענים חיוביים (חלקיקים אלה מהווים "קרינה קוסמית").



התוצאה של פעולת השדה המגנטי על חלקיק כזה, שכיוון תנועתו מתואר ע"י החץ P (1), R (2), Q (3) (ראה תרשים), היא:

א. מהירותו קטנה;

ב. מהירותו גדלה;

ג. הוא מוסט ממסלולו בכיוון מזרחה;

ד. הוא מוסט ממסלולו בכיוון מערבה;

ה. הוא מוסט ממישור התרשים החוצה;

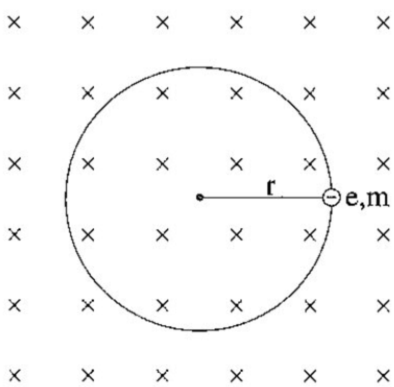
ו. הוא מוסט לתוך מישור התרשים, פנימה;

ז. הוא אינו מושפע מהשדה המגנטי הארצי.

נמק תשובותיך.

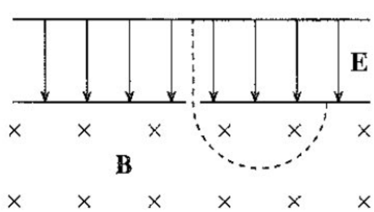
הערה: שימו לב - מעל פני כדור הארץ קווי השדה המגנטי הם מדרום לצפון! **(מדוע?)**

7. חלקיק טעון נע:
א. בשדה חשמלי אחיד.
ב. בשדה מגנטי אחיד.
ג. באזור בו קיימים שדה חשמלי אחיד וגם שדה מגנטי אחיד.
בכל אחד מהמקרים הנ"ל, האם יתכן שהחלקיק ינוע ללא תאוצה? תאר והסבר.



8. אלקטרון נע במעגל במאונך לשדה מגנטי אחיד **B** (ראה תרשים).
א. האם תנועת האלקטרון היא במגמת סיבוב מחוגי השעון, או נגד מגמה זו?
ב. עתה נניח שעוצמת השדה המגנטי שבמאונך לו נע האלקטרון גדולה פי שניים. לגבי המצב החדש בהשוואה לקודם - מה ניתן לומר על:
(1) רדיוס מסלול האלקטרון?
(2) זמן מחזור ההקפה שלו?
אם חל שינוי באחד מגדלים אלה (או בשניהם) - תאר והסבר את השינוי ואם לא חל בהם שינוי - הסבר מדוע.

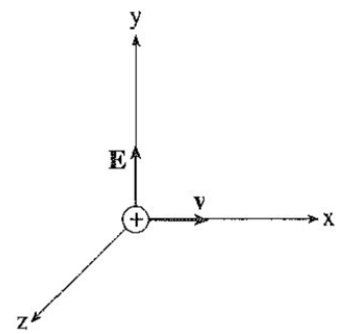
9. מהו היחס בין התנעים ומהו היחס בין האנרגיות הקינטיות של פרוטון ואלקטרון הנעים במאונך לשדה מגנטי אחיד במסלולים מעגליים בעלי רדיוסים שווים (ידוע כי $m_p \approx 1837m_e$)?



10. שני חלקיקים טעונים מואצים ממנוחה בשדה חשמלי אחיד **E** על ידי אותו הפרש פוטנציאלים V. החלקיק האחד בעל מסה m ומטען q, והשני בעל מסה 2m ומטען q. בצאתם מאזור השדה החשמלי הם נכנסים לאזור בו קיים שדה מגנטי אחיד **B** הניצב למישור תנועתם (ראה תרשים).
א. מהו יחס מהירויותיהם, בצאתם מאזור השדה החשמלי?
ב. מהו יחס הרדיוסים של מסלולי החלקיקים בשדה המגנטי?

11. אלקטרון נע במסלול מעגלי שרדיוסו $r = 1.4\text{cm}$ בניצב לשדה מגנטי אחיד שעוצמתו $B = 4 \cdot 10^{-3}\text{T}$.
א. מהי מהירות האלקטרון?
ב. מהי האנרגיה הקינטית שלו? בטא את תשובתך בג'אול וגם באלקטרון-וולט.

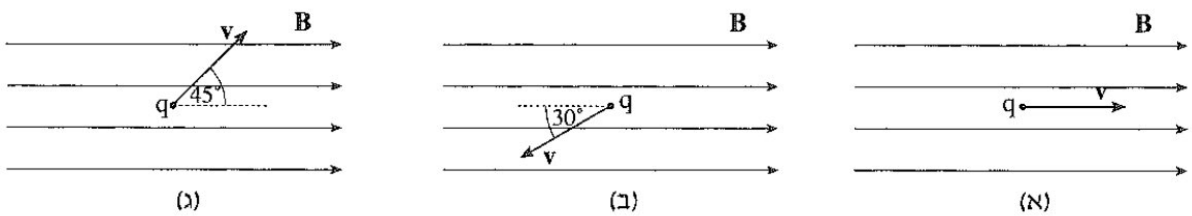
12. חלקיק טעון שנכנס במהירות $v = 2.16 \cdot 10^2 \frac{km}{s}$ לאזור בו פועל שדה מגנטי אחיד שעוצמתו $B = 4.5 \cdot 10^{-3}T$ נע בשדה זה במסלול מעגלי שרדיוסו $r = 0.5m$. מה הערך המינימלי שיכול להיות למסתו של חלקיק זה?



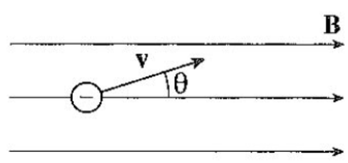
13. אלומת פרוטונים נעה באזור בו קיימים שדה חשמלי אחיד ושדה מגנטי אחיד. הפרוטונים נעים ללא הסחה לאורך ציר x במהירות קבועה $v = 5 \cdot 10^6 \frac{m}{s}$. עוצמת השדה החשמלי היא $E = 3 \cdot 10^4 \frac{V}{m}$

וכיוונו לאורך ציר y (ראה תרשים). מהם הכיוון והעוצמה של השדה המגנטי?

14. חלקיק בעל מטען $q = 2 \cdot 10^{-8}C$ נע במהירות $v = 4 \cdot 10^5 \frac{m}{s}$ במרחב בו קיים שדה מגנטי אחיד **B** שכיוונו ימינה ועוצמתו $B = 0.5\ T$. מצא עבור כל אחד מהמקרים (א), (ב), (ג) המתוארים בתרשים את כיוונו ואת גודלו של הכוח המגנטי הפועל על החלקיק.



15. אלקטרון נכנס לתוך שדה מגנטי אחיד שעוצמתו $B = 1.5T$ במהירות $v = 4 \cdot 10^5 \frac{m}{s}$ היוצרת זווית $\theta = 30°$ עם כיוון השדה (ראה תרשים).



א. תאר והסבר את תנועת האלקטרון בשדה המגנטי.
ב. מהי התקדמות האלקטרון לאורך השדה בזמן שהוא משלים בו סיבוב אחד?

16. פרוטון וחלקיק α (גרעין של אטום הליום; מטענו גדול פי שניים ממטען הפרוטון ומסתו גדולה בערך פי ארבעה ממסת הפרוטון) מואצים ממצב מנוחה על ידי אותו מתח חשמלי V. לאחר מכן הם נכנסים לשדה מגנטי אחיד **B** במאונך לקווי השדה.

א. הסבר מדוע מסלולי חלקיקים אלה בשדה המגנטי הם מעגלים.

ב. חשב את יחס הרדיוסים של מסלוליהם.

17. אלומת אלקטרונים נעה ללא סטייה באזור בו פועלים שדה חשמלי אחיד **E** ושדה מגנטי אחיד **B** המאונכים זה לזה. עוצמת השדה החשמלי היא $E = 3 \cdot 10^5 \frac{V}{m}$ ועוצמת השדה המגנטי היא $B = 1.5 \cdot 10^{-2} T$.

א. תאר בתרשים את מצבם ההדדי של הווקטורים **E**, **B** ו-**v**.

ב. מהי מהירות האלקטרונים באלומה?

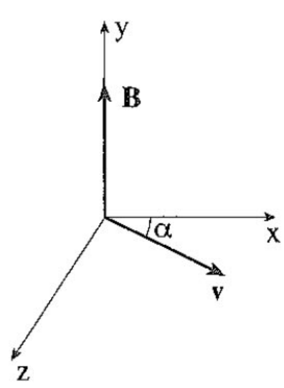
ג. מה יהיה רדיוס מסלול האלקטרונים, אם תופסק פעולת השדה החשמלי?

ד. מה יהיה מסלול האלקטרונים שבאלומה אם יפעל עליהם השדה החשמלי **E**, אולם פעולת השדה המגנטי **B** תופסק?

נמק את תשובותיך.

18. א. אלקטרונים בעלי אנרגיה קינטית $E_k = 2.5\ keV$ נעים במסלול מעגלי המאונך לשדה מגנטי אחיד שעוצמתו $B = 10^{-2} T$. מהו הרדיוס R של המסלול?

ב. מה צריכה להיות העוצמה B' של שדה מגנטי כדי שפרוטונים שהאנרגיה הקינטית שלהם היא $E_k = 2.5\ keV$ ינועו בו במסלול מעגלי שרדיוסו שווה לרדיוס R של מסלול האלקטרונים המוזכר בחלק (א) של השאלה?



19. לפרוטון הנע במישור xz מהירות $v = 3 \cdot 10^4 \frac{m}{s}$ היוצרת זווית $\alpha = 30°$ עם ציר x. שדה מגנטי שעוצמתו $B = 0.25T$ פועל בכיוון החיובי של ציר y (ראה תרשים).

מה גודלו ומה כיוונו של הכוח המגנטי שהשדה מפעיל על הפרוטון?

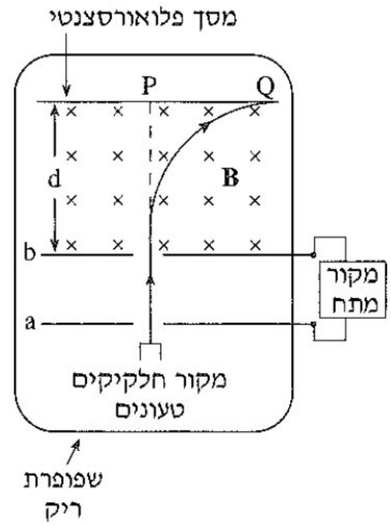
20. פרוטון שהאנרגיה הקינטית שלו היא $E_k = 2.0\ keV$ נכנס לשדה מגנטי אחיד שעוצמתו $B = 0.3T$ במהירות v היוצרת זוית של 75° עם כיוון השדה המגנטי. מסלול הפרוטון בשדה המגנטי הוא "קו בורגי".

א. הסבר עובדה זו.

ב. מהי "תדירות הסיבובים" של הפרוטון במסלולו?

ג. מהו ה"רדיוס" ומהי "הפסיעה" מסלול הפרוטון?

21. בשפופרת ריק מצוי מקור של חלקיקים טעונים שמטענם q ומסתם m. המקור נמצא מול חור קטן בלוח מתכת a; לוח מתכת שני, b, מקביל ללוח הראשון ובו חור קטן בדיוק מול החור בלוח הראשון. שני הלוחות מחוברים למקור מתח שמתחו V (ראה תרשים). החלקיקים הטעונים הנפלטים מהמקור במהירות זניחה, חודרים דרך החור הקטן בלוח a, מואצים על ידי השדה החשמלי בין הלוחות ויוצאים דרך החור בלוח b אל תחום בו שורר שדה מגנטי אחיד שעוצמתו *B*. אחרי שהחלקיקים נעים במסלול המתואר בתרשים, הם פוגעים בנקודה Q על מסך פלואורסצנטי המקביל לשני הלוחות. הנקודה P על המסך הפלואורסצנטי נמצאת בדיוק מול שני החורים בלוחות a ו-b (ראה תרשים).



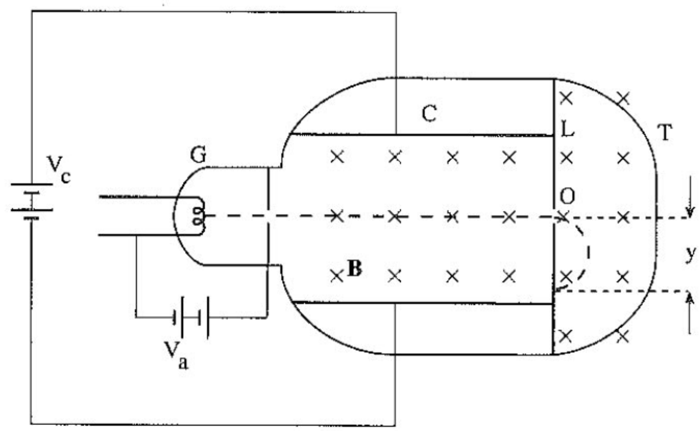
א. איזה מהלוחות, a או b, מחובר להדק החיובי של מקור המתח? נמק!

ב. כתוב ביטוי למרחק PQ המתבסס על נתוני הבעיה: d, *B*, V, m, q.

ג. מהו המתח המינימלי V_{min} הדרוש כדי להבטיח שהחלקיקים הטעונים יפגעו במסך הפלואורסצנטי?

22. אלקטרונים נעים בשפופרת ריקה מאוויר T. אחרי היפלטם מתותח האלקטרונים G הם נכנסים לאזור בו קיים שדה מגנטי אחיד שעוצמתו $B = 5 \cdot 10^{-4}$ טסלה. בתוך השפופרת נמצא קבל C שהמתח בין לוחותיו $V_C = 40$ וולט והמרחק ביניהם $d = 1.8$ ס"מ. השדה המגנטי B מאונך לשדה החשמלי בין לוחות הקבל, כך שהאלקטרונים המואצים ע"י המתח האנודי V_a של "תותח האלקטרונים" G (הנמצא בקצה השפופרת) אינם סוטים ממסלולם הישר בנועם בין לוחות הקבל. לאחר שאלקטרונים אלה יוצאים מאזור לוחות הקבל דרך הנקב O בלוח L, הם נעים במסלול חצי-מעגלי ופוגעים בחלק האחורי של הלוח L במרחק

$y = 10$ ס״מ מתחת לנקב O (ראה תרשים).



בהסתמך על ידיעת גודלו של מטען האלקטרון (e) חשב:

א. את מהירות האלקטרונים v בשעה שהם עוברים את הנקב O בלוח.

ב. את מסת האלקטרון m_e.

ג. את המתח המאיץ, V_a, של תותח האלקטרונים.

23. א. הוכח כי זמן המחזור של תנועת חלקיק טעון בשדה מגנטי איננו תלוי ברדיוס המסלול.

ב. חשב את זמן המחזור של פרוטונים בציקלוטרון שעוצמת השדה המגנטי בו היא $B = 0.5T$. מה תדירות מתח החילופין הדרוש?

ג. באותו ציקלוטרון, מה הרדיוס המירבי של מסלול הפרוטונים, אם האנרגיה המירבית שהם רוכשים היא 12 MeV?

24. בציקלוטרון שקוטרו 2 מ׳ עוצמת השדה המגנטי היא $B = 0.4T$.

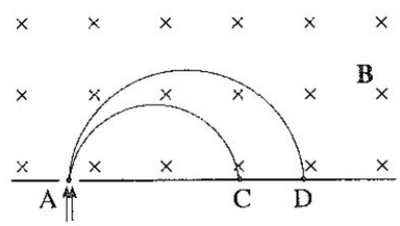
א. מהי האנרגיה הקינטית המוענקת לפרוטונים המואצים בו? (רמז: הנח כי רדיוס הצילקלוטרון הוא הרדיוס המירבי של מסלול הפרוטונים בתוכו).

ב. מהו המתח בין זוג תאי המתכת בציקלוטרון זה, אם הפרוטונים מבצעים 200 סיבובים לפני יציאתם מתוכו?

25. א. אלומה של יונים חיוביים, שמטען כל אחד מהם שווה בערכו המוחלט למטען האלקטרון, נעה באזור בו קיימים שדה חשמלי ושדה מגנטי הניצבים זה לזה ולכיוון תנועת היונים.

עוצמת השדה החשמלי היא: $E = 1.0 \cdot 10^3 \frac{N}{C}$, ועוצמת השדה המגנטי היא: $B = 2.0 \cdot 10^{-2}T$. מהי מהירות היונים באזור זה אם הם נעים בו לאורך קו ישר? (לביסוס תשובתך שרטט שרטוט מתאים!)

ב. יונים אלה עוברים דרך סדק צר לאיזור בו קיים רק שדה מגנטי אחיד המאונך לכיוון תנועתם ועוצמתו $B = 0.09T$.
אם היונים הם תערובת של יוני ניאון (Ne) בעלי מסות 20 ו-22 יחידות מסה אטומיות, מה יהיה המרחק בין עקבותיהם על לוח צילום הניצב לכיוון תנועתם, אחרי שהם עוברים קשת של מעגל שאורכה שווה למחצית היקפו? שרטט והסבר!
(**הערה:** יחידת מסה אטומית היא $1.67 \cdot 10^{-27}$ ק"ג בקירוב)



26. שני חלקיקים בעלי מטען חשמלי שווה $q = 1.6 \cdot 10^{-19}C$ ובעלי מהירות שווה $v = 10^3 \frac{m}{s}$ נכנסים בנקודה A לשדה מגנטי אחיד $B = 10T$ הניצב לכיוון תנועתם.
אחרי שהחלקיקים נעים לאורך שני חצאי מעגלים בתוך השדה המגנטי, הם פוגעים בלוח צילום בשתי נקודות C ו-D שהמרחק ביניהן הוא $d = 2$ מ"מ (ראה תרשים).
אם מסתו של החלקיק הפוגע בנקודה C היא $m_1 = 3 \cdot 10^{-24}$ kg, מהי מסתו של החלקיק השני?

27. אל תוך שדה מגנטי אחיד **B** המכוון אנכית כלפי מעלה חודרים שני חלקיקים כשהם נעים בכיוון אופקי: (1) פרוטון שמסתו m ומטענו +e; (2) חלקיק α שמסתו 4m ומטענו +2e. מתברר שמסלולי שני חלקיקים אלה זהים לגמרי.

א. חשב את היחס בין מהירות הפרוטון לבין מהירות החלקיק α.
ב. מהו השינוי באנרגיה הקינטית של כל אחד מחלקיקים אלה בעת תנועתם בתוך השדה המגנטי?

28. זרם חשמלי I_1 זורם במוליך ישר וארוך (1), בכיוון המתואר בתרשים; במוליך ישר וארוך אחר (2), הנמצא **מתחת** למוליך (1) ומאונך לו, זורם זרם חשמלי I_2. איזה מהמשפטים הבאים נכון?

הכוח המגנטי הפועל על I_2 (ובאמצעותו על המוליך (2)):

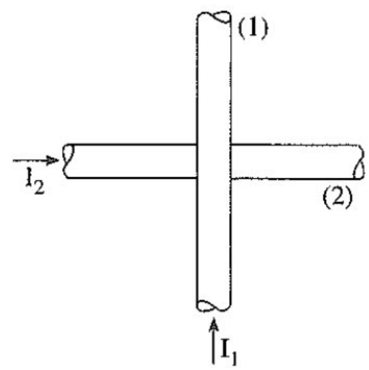
א. דוחף את המוליך (2) במגמה המרחיקה אותו מהמוליך (1) (כלומר "לתוך מישור הנייר").

ב. מושך את המוליך (2) במגמה לקרב אותו למוליך (1) (כלומר "כלפי מעלה" בתרשים).

ג. מסובב את המוליך (2) במגמת סיבובם של מחוגי השעון.

ד. מסובב את המוליך (2) במגמה הפוכה למגמת סיבובם של מחוגי השעון.

נמק את תשובתך.



29. האם יתכן שכריכה מעגלית של תייל נושא זרם "תרחף" בשדה מגנטי אחיד כתוצאה מכך שהכוח המגנטי הפועל עליה יאזן את כוח הכבידה? נמק את תשובתך.

30. מה הכוח הפועל על תייל באורך 20 ס"מ הנושא זרם של 3A בשדה מגנטי אחיד שעוצמתו 0.5T אם:

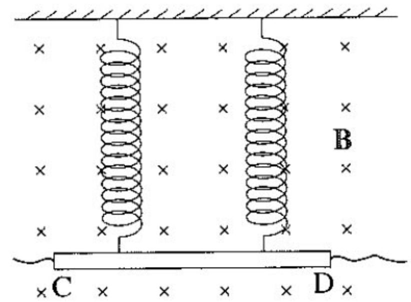
א. התייל ניצב לכיוון קווי השדה.

ב. התייל מקביל לכיוון קווי השדה.

ג. התייל יוצר זווית 45° עם כיוון השדה.

31. בניסוי למדידת עוצמת שדה מגנטי השתמשו במאזני זרם. כאשר עוצמת הזרם במאזניים היתה 2 אמפר, היה צורך במשקולת שמסתה 0.07 גרם כדי לאזנם. מה היתה עוצמת השדה המגנטי (בטא את תשובתך ביחידות טסלה וגאוס)? אורך קטע התייל של המאזניים המאונך לשדה המגנטי היה 5 ס"מ.

32. מוט מתכתי CD שאורכו 0.4 מטר ומסתו 50 גרם תלוי בקצות שני קפיצים אנכיים. המוט מהווה חלק ממעגל חשמלי, והמערכת כולה נמצאת בשדה מגנטי אחיד שעוצמתו $B = 0.2T$ וכיוונו כמתואר בתרשים.



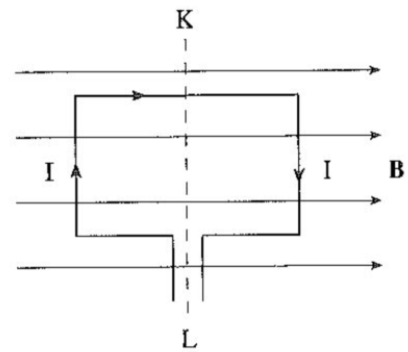
א. באיזה כיוון (מ-C ל-D, או מ-D ל-C) יש להזרים זרם חשמלי במוט, כדי שיפעל עליו כוח אלקטרומגנטי בכיוון מעלה?

ב. מה צריכה להיות עוצמת הזרם I במוט, כדי שהמתיחות בשני הקפיצים תתאפס?

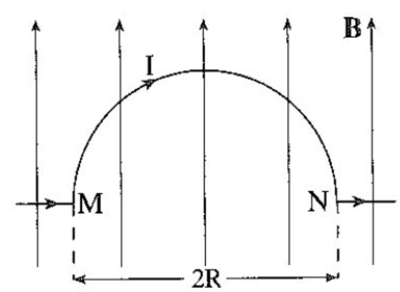
ג. מה תהיה המתיחות בכל קפיץ, אם במוט יזרום זרם בעוצמה שחישבת בסעיף א', אך בכיוון הפוך?

הערה: הנח כי מסת הקפיצים זניחה.

33. הלולאה המלבנית שבתרשים חופשית להסתובב סביב צירה KL. הראה שכאשר יזרום בה זרם היא תסתובב כך שמישורה יהיה ניצב לקווי השדה המגנטי.



34. בקשת חצי מעגלית (MN) של תייל מוליך שרדיוסה R זורם זרם I; הקשת נמצאת בשדה מגנטי אחיד B הפועל במישור הקשת (ראה תרשים). הראה שהכוח המגנטי הפועל על הקשת שווה לכוח שהיה פועל על קטע תייל מוליך ישר המחבר בין הנקודות M ו-N, אם גם בו היה זורם הזרם I.



תשובות לשאלות ולתרגילים

9. $\frac{E_{k,p}}{E_{k,e}} = \frac{1}{1837}$; $\frac{p_p}{p_e} = 1$

10. (א) $\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{2}$

(ב) $\frac{R_1}{R_2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

11. (א) $v \approx 10^7 \frac{m}{s}$

(ב) $E_k = 4.55 \cdot 10^{-17} J = 284 eV$

12. $m_{min} = 1.66 \cdot 10^{-27} kg$

13. $B = 6 \cdot 10^{-3} T$

14. (א) $F = 0$

(ב) $F = 2 \cdot 10^{-3}\ N$ ממישור התרשים החוצה.

(ג) $F = 2.8 \cdot 10^{-3}\ N$ פנימה לתוך מישור התרשים.

15. (ב) $l = 8.26 \cdot 10^{-6}\ m$

16. (ב) $\frac{R_p}{R_\alpha} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

17. (ב) $v = 2 \cdot 10^7 \frac{m}{s}$

(ג) $R \approx 7.6 \cdot 10^{-3} m$

18. (א) $R \approx 1.7 \cdot 10^{-2}\ m$

(ב) $B' \approx 0.43T$

19. $F = 1.2 \cdot 10^{-15}\ N$ במישור xz, 30° שמאלה מציר z.

20. (ב) $f = 4.6 \cdot 10^6\ Hz$

(ג) $R = 2.1 \cdot 10^{-2} m$; $l \approx 3.5 \cdot 10^{-2}\ m$

21. (א) b

(ב) $PQ = \sqrt{\frac{2mV}{B^2 q}} - \sqrt{\frac{2mV}{B^2 q} - d^2}$

(ג) $V_{min} = \frac{qB^2 d^2}{2m}$

22. (א) $v \approx 4.4 \cdot 10^6 \frac{m}{s}$

(ב) $m \approx 9 \cdot 10^{-31} kg$

(ג) $V_a = 55.4V$

23. (ב) $f \approx 7.6 \cdot 10^6 Hz$; $T = 1.3 \cdot 10^{-7}\ s$

(ג) $R_{max} =$ 1m

24. (א) $E_k = 1.2 \cdot 10^{-12}\ J$

(ב) $V = 1.9 \cdot 10^4\ V$

25. (א) $v = 5 \cdot 10^4 \frac{m}{s}$

(ב) $d \approx 2.32\ cm$

26. $m_2 = 2.3 \cdot 10^{-24}\ kg$

27. (א) $\frac{v_p}{v_\alpha} = 2$

28. ד'

30. (א) $F \approx 0.3N$

(ב) $F = 0$

(ג) $F \approx 0.21N$

31. $B = 7 \cdot 10^{-3}\ T = 70\ Gs$

32. (א) מ-C ל-D.

(ב) $I = 6.25A$

(ג) $T = 0.5N$

פרק ז
יצירת שדות מגנטיים על-ידי זרמים חשמליים

ז-1 מבוא

בפרק הקודם עסקנו בכוח ששדה מגנטי מפעיל על מטען חשמלי נע או על זרם חשמלי; את קיומו של השדה המגנטי קיבלנו כעובדה, ולא התיחסנו בצורה מפורטת לאופן יצירתו.

בפרק זה נעסוק ביצירת שדות מגנטיים ע"י זרמים חשמליים ובפעולת הגומלין ביניהם.

כדי לגלות את החוקים הקושרים את השדות המגנטיים עם הזרמים החשמליים היוצרים אותם, עלינו לבצע ניסויים מתאימים. ראינו כבר שבעזרת מצפנים קטנים (או ע"י פיזור של נסורת ברזל) אפשר לערוך מיפוי של קווי השדה המגנטי בקירבת מוליכים בהם זורם זרם חשמלי קבוע בזמן (פרק ו', סעיף 4).

מיפוי כזה מספק מידע על כיוון וקטור השדה המגנטי **B** בנקודות שונות של השדה, אך אין בו כדי לענות על השאלה מהי עוצמת השדה בנקודות אלה.

נראה עתה כי במקרים מסוימים השימוש במצפנים קטנים מאפשר לקבוע לא רק את כיוון וקטור השדה המגנטי, אלא גם את התלות של עוצמתו בזרם החשמלי היוצר אותו ובמרחק ממנו.

ז-2 השדה המגנטי שנוצר על ידי זרם חשמלי בתייל ישר וארוך; חוק ביו-סבר

זרם חשמלי שעוצמתו חמישה עד שישה אמפרים הזורם דרך תייל ישר וארוך יוצר בסביבתו הקרובה (במרחק של כמה סנטימטרים ממנו) שדה מגנטי מסדר גודל של השדה המגנטי הארצי. עובדה זו, והעובדה הנוספת שבתחום חדר המעבדה אין כמעט שנויים בשדה המגנטי הארצי, מאפשרות לבצע ניסויים שבודקים כיצד משתנה עוצמת השדה המגנטי **B** כפונקציה של עוצמת הזרם I בתייל, וכפונקציה של המרחק r ממנו.

נניח כי תייל אנכי ארוך ניצב לשולחן, וכי צפונית ממנו במרחק r מצוי מצפן קטן. בהעדר זרם חשמלי בתייל, תצביע מחט המצפן צפונה, בהשפעת הרכיב האופקי של השדה המגנטי של כדוה"א, $\mathbf{B}_h$. (ראה "מבט על" בתרשים ז-1, א').

כאשר זורם זרם I בתייל, לדוגמה כלפי מעלה (החוצה ממישור הדף בתרשים שלנו), הוא יוצר שדה מגנטי סביבו, ובמקום בו נמצא המצפן - וקטור שדה זה, נסמנו $\mathbf{B}_I$, פונה מערבה, בהתאם לכלל הבורג.

מחט המצפן תתיצב כמובן בכיוון השדה המגנטי השקול $\mathbf{B}$, היוצר זוית α עם כיוון הצפון (תרשים ז-1, ב').

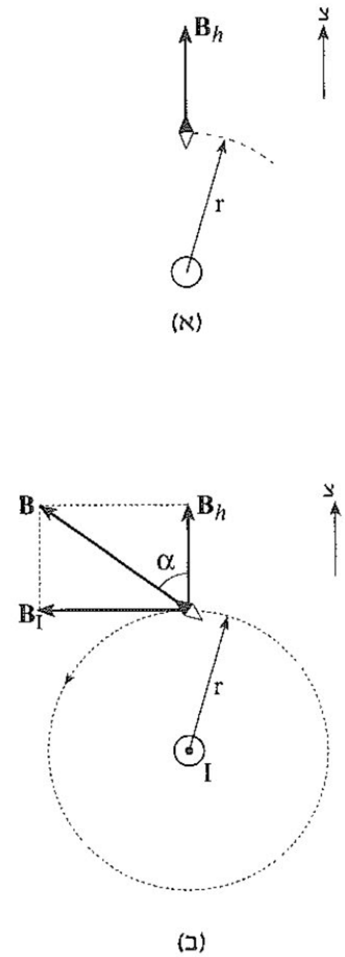
קיים הקשר: $B_I = B_h \, \text{tg}\alpha$

מניסויים בהם מודדים את השדה המגנטי $\mathbf{B}_I$ במרחק קבוע r מהתייל עבור עוצמות זרם I שונות, ולחילופין - במרחקים r שונים, כאשר עוצמת הזרם I קבועה, אנו למדים שעוצמת השדה המגנטי B_I פרופורציונית ל-I ופרופורציונית הפוך ל-r.

קיים אפוא הקשר: $B_I \propto \frac{I}{r}$

אותו אפשר לרשום גם כך:

$$\boxed{B_I = 2k'\frac{I}{r}} \qquad \text{(ז-1)}$$



תרשים ז-1

"מבט על"

'k הוא קבוע פרופורציה שלמשמעותו ולערכו המספרי נתייחס בהמשך; המספר 2 בנוסחה מתקבל מחישוב - כפי שמתברר מפתרון הבעייה המובאת כדוגמה ראשונה בהמשך סעיף זה (ראה עמוד 57). נוסחה זו מזכירה לנו את הנוסחה (ב-9) לעוצמת השדה החשמלי בקרבת חוט ישר וארוך הטעון בצפיפות מטען קווית λ (ראה "פרקי חשמל", עמ' 70):

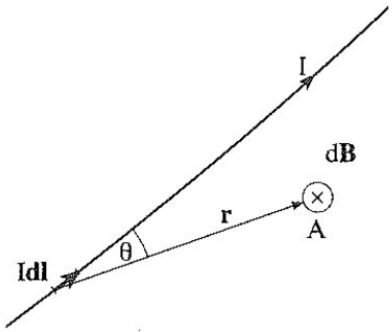
$$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{r}$$

נוסחה שאפשר לרשום גם כך:

$$\boxed{E = 2k\frac{\lambda}{r}}$$

כאשר k הוא הקבוע של חוק קולון.

היות והנוסחה לשדה החשמלי נובעת מחוק קולון, העלו הפיסיקאים הצרפתים בִּיו (Jean Biot ,1774-1862) וסָבָר (Felix Savart, 1791-1841) את ההשערה שחוק דומה לחוק קולון קיים עבור השדה המגנטי.



תרשים ז-2

כדי להסביר את הדמיון בין הנוסחות לשדה מגנטי ולשדה חשמלי סביב תיילים ישרים אינסופיים, הם התייחסו לאלמנט קטן **dl** של תייל כלשהו שבו זורם זרם חשמלי I.

הנחתם היתה שאלמנט זה יוצר בנקודה A, שמקומה ביחס ל-**dl** נתון ע״י וקטור מקום **r** (ראה תרשים ז-2), אלמנט של שדה מגנטי **dB** המאונך למישור המוגדר ע״י הווקטורים **Idl** ו-**r**. בהסתמך על כלל הבורג הימני, **dB** בתרשים ז-2 ״נכנס״ למישור הדף. סימנו זאת כך: ⊗.

על פי ביו וסבר העוצמה של אלמנט השדה המגנטי, dB, נתונה ע״י הנוסחה:

$$dB = \frac{k'Idl\sin\theta}{r^2} \qquad \text{(ז-2)}$$

'k הוא קבוע פרופורציה ו-θ היא הזווית בין הווקטורים **Idl** ו-**r**.

ביו וסבר בדקו את נכונות הנחתם על ידי סכימה (אינטגרציה) של התרומות לשדה המגנטי בנקודה A של כל אלמנטי האורך של התייל בהם זורם הזרם I. התברר כי התוצאה של סכימה זו אמנם תאמה את הנוחסה (ז-1), ואפשר היה לראות בכך אישור להנחתם (ראה דוגמה פתורה (1), בהמשך סעיף זה).

מכיון שהנכונות של הנוסחה (ז-2) הוכחה גם ע״י ניסויים רבים נוספים שבדקו את המסקנות הנובעות ממנה, כינו אותה בשם **חוק ביו-סבר**; במובן מסוים, לגבי השדה האלקטרומגנטי, זהו חוק הדומה לחוק קולון לגבי השדה האלקטרוסטטי*.

כדי שמשמעות הנוסחה המבטאת את חוק ביו-סבר תהיה שלמה, עלינו עדיין לברר מהו הקבוע 'k המופיע בה.

ברור ש 'k הוא קבוע-פרופורציה שערכו, בדומה לזה של הקבוע k שבנוסחת חוק קולון, תלוי ביחידות.

אם נגדיר את יחידות השדה המגנטי, הזרם והאורך, באופן שרירותי וללא תלות הדדית, יהיה עלינו לקצוב את ערכו של 'k בניסוי. אולם נוכל גם לקבוע ערכים רצויים ל-'k ולשתיים מן היחידות האמורות, ולהסתייע בנוסחה (ז-2) להגדרת גודלה של היחידה השלישית. ואכן, דרך זו היא הנהוגה למעשה.

קבעו את ערכו של 'k:

$$k' = 10^{-7}\frac{T\cdot m}{A}$$

* עם זאת, מן הראוי להדגיש כי את חוק קולון מבססים על ניסויים **ישירים** המוכיחים את נכונותו, בעוד שאת חוק ביו וסבר ניתן לבסס רק על ידי ניסויים **עקיפים** המוכיחים את נכונות המסקנות הנובעות ממנו.

והנוסחה (ז-2) (או, ביתר דיוק, נוסחה הגזורה ממנה - הנוסחה (ז-9) בהמשך) מגדירה את יחידת הזרם החשמלי - האמפר (ראה סעיף 5 בפרק זה). כדי להשתחרר מן הגורם 4π בנוסחות שונות הנגזרות מחוק ביו-סבר, כפי שיתברר בדוגמאות בהמשך, מגדירים קבוע חדש μ_0, על ידי הקשרים:

$$\frac{\mu_0}{4\pi} = k' \quad ; \quad \mu_0 = 4\pi k'$$

(פעולה זו מקבילה להחלפת קבוע הפרופורציה k שבנוסחת חוק קולון בקבוע חדש, ε_0; כזכור: $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$)

אנו מקבלים אפוא:

$$k' = \frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7}\frac{T\cdot m}{A}$$

או:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\frac{T\cdot m}{A}$$

μ_0 נקרא בשם "הפרמאביליות (permeability) של הריק"; מניסויים אנו למדים כי בקירוב טוב, זוהי גם הפרמאביליות של האוויר. לפיכך, הנוסחה המבטאת את חוק ביו-סבר תהיה:

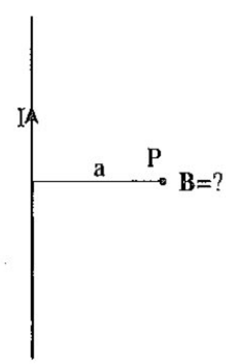
$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\theta}{r^2} \qquad \text{(ז-2')}$$

כפי שנאמר כבר, הווקטור **dB** מאונך למישור המוגדר ע"י הווקטורים **Idl** ו-**r**, ואת מגמתו אפשר לקבוע בעזרת כלל הבורג (ראה סעיף ו-4 בפרק הקודם).

להלן שתי דוגמות לשימוש בחוק ביו-סבר:

1. חישוב השדה המגנטי של זרם חשמלי הזורם בתייל ישר וארוך מאוד ("אינסופי").

בתייל ישר וארוך זורם זרם I. השתמש בחוק ביו-סבר כדי לחשב את השדה המגנטי **B** בנקודה P שמרחקה מהתייל הוא a (תרשים ז-3).

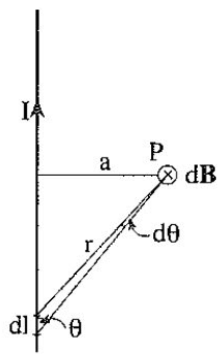


תרשים ז-3

פתרון

כדי לחשב את עוצמת השדה המגנטי **B** בנקודה P, עלינו לסכם את התרומות לשדה זה של כל אלמנטי האורך הקטנים dl של התייל, מקצהו המרוחק האחד ועד קצהו המרוחק השני; בכולם זורם, כמובן, אותו זרם חשמלי, I.

אלמנט אורך קטן מאד של התייל, dl, בו זורם זרם I, יוצר בנקודה P שרוחקה מ-dl הוא r, אלמנט של שדה מגנטי **dB** מאונך למישור המוגדר על ידי Idl ו- **r**. לפי כלל הבורג, **dB** "נכנס" למישור הדף. (תרשים ז-4).



תרשים ז-4

חוק ביו-סבר קובע שהתרומה **dB** לשדה המגנטי בנקודה P של אלמנט אורך dl היא:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\theta}{r^2}$$

קל לראות שכל הקטעים dl של תייל ישר אינסופי יוצרים בנקודה P אלמנטי שדה מגנטי **dB** בעלי אותו כיוון ומגמה, לכן אפשר לחברם כמספרים.

ממשפט הסינוסים נובע כי: $\frac{dl}{\sin d\theta} = \frac{r}{\sin\theta}$ (תרשים ז-4);

מכיון שהזווית dθ קטנה מאוד, $\sin d\theta \cong d\theta$, כלומר

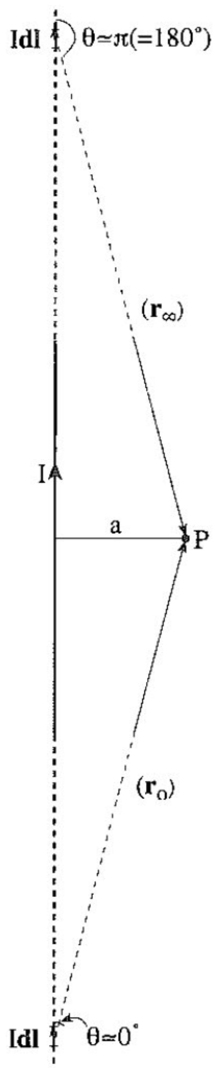
$$dl \approx \frac{r\,d\theta}{\sin\theta}$$

כמו כן קיים הקשר: $$r = \frac{a}{\sin\theta}$$

לכן: $$dl \approx \frac{a\,d\theta}{\sin^2\theta}$$

נציב זאת בנוסחת ביו-סבר, ונקבל:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{a}\sin\theta\,d\theta$$



תרשים ז-5

כדי למצוא את השדה המגנטי **B** בנקודה P, עלינו לבצע סכימה של תרומות כל אלמנטי האורך dl החל מהרחוקים מאוד בקצהו האחד של התייל, אשר לגביהם הזווית θ קרובה מאוד לאפס, ועד לרחוקים מאוד בקצהו השני, עבורם הזוית θ קרובה מאוד ל-180°, כלומר ל-π (ראה תרשים ז-5).

כתוצאה מכך נקבל:

$$B = \int_{\theta=0}^{\theta=\pi} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{a} \sin\theta \, d\theta = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{a} \int_0^{\pi} \sin\theta \, d\theta$$

ידוע כי:
$$\int_0^{\pi} \sin\theta \, d\theta = [-\cos\theta]_0^{\pi} = 2$$

אנו רואים אפוא שהמספר 2 המופיע בנוסחה (ז-1) הוא התוצאה של חישוב אינטגרל זה.

עוצמת השדה המגנטי B במרחק a מתייל אינסופי ישר בו זורם זרם I תהיה:

$$\boxed{B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{a} = 10^{-7} \frac{2I}{a}} \qquad \text{(ז-1')}$$

ואמנם, זוהי הנוסחה (ז-1) המוכרת לנו מן הניסוי, לאחר שמציבים בה את הערך שנקבע עבור 'k, ולאחר שמחליפים בה את האות המציינת את המרחק מהתייל, r, באות a.

2. חישוב השדה המגנטי במרכז לולאה מעגלית

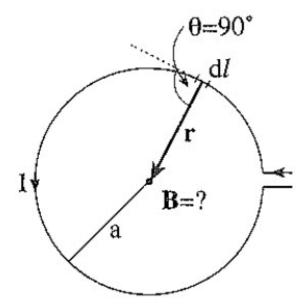
בלולאה מעגלית שרדיוסה a זורם זרם I במגמה הפוכה למגמת סיבובם של מחוגי השעון. מהו השדה המגנטי במרכז הלולאה?

פתרון

בתרשים ז-6 מתוארת לולאה מעגלית בעלת רדיוס a שזורם בה זרם חשמלי I.

נחלק את הלולאה להרבה אלמנטי אורך קצרים dl, אשר בכולם זורם, כמובן, הזרם I. עוצמת השדה המגנטי של כל אלמנט כזה במרחק r ממנו נתונה ע"י חוק ביו-סבר:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl \sin\theta}{r^2}$$



תרשים ז-6

כדי לחשב את השדה המגנטי **B** במרכז הלולאה, נסתמך על העובדות הבאות:

(א) המרחקים של כל אלמנטי האורך ממרכז הלולאה שווים לרדיוס הלולאה $(r = a)$.

(ב) הזווית בין הווקטור **Idl** לבין הווקטור **r** (זהו וקטור המקום של מרכז הלולאה ביחס לאלמנט האורך dl) היא 90°.

לפיכך:
$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl}{a^2}$$

כדי לחשב את עוצמת השדה המגנטי B במרכז הלולאה, עלינו לערוך סכימה של תרומות כל אלמנטי האורך dl סביב הלולאה

$$B = \oint \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{a^2}\,dl = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{a^2}\oint dl$$

אולם $\oint dl$ הוא הסכום של כל אלמנטי האורך, כלומר היקף הלולאה המעגלית $2\pi a$.

עוצמת השדה המגנטי B במרכז הלולאה המעגלית תהיה אפוא:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{a^2}2\pi a = \frac{\mu_0}{2}\frac{I}{a} \qquad \text{(ז-3)}$$

וקטור השדה המגנטי $\mathbf{B}$ במרכז הלולאה המעגלית מאונך למישור הלולאה, ומגמתו, במקרה המתואר בתרשים ז-6 ובהתאם לכלל הבורג, "ממישור הלולאה המעגלית החוצה".

אם זרם I זורם ב-N כריכות מעגליות צפופות בעלות רדיוס (שווה) a, לפי עקרון הסופרפוזיציה עוצמת השדה המגנטי במרכזן היא:

$$B = N\frac{\mu_0}{2}\frac{I}{a} \qquad \text{(ז-4)}$$

ניסויים מתאימים, בעזרת מצפנים או בשיטות מדידה אחרות, אמנם מאשרים זאת.

ז-3 חוק אמפר

בפרקים קודמים ראינו שלא תמיד קל ונוח לחשב שדות אלקטרוסטטיים בעזרת חוק קולון. נוכחנו לדעת שקיים משפט, מתמטי בעיקרו, הנותן לחוק קולון צורה נוחה לפתרון בעיות עם סימטריה מרחבית, הלוא הוא חוק גאוס:

$$\oint \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} = \frac{\Sigma q}{\varepsilon_0}$$

אפשר לומר שחוק זה, המתבסס על המושג הפיסיקלי של "שטף חשמלי", הוא אחד ממאפייני השדה האלקטרוסטטי.

מאפיין אחר של השדה האלקטרוסטטי הוא עובדת היותו שדה משמר, עובדה המוצאת את ביטויה במשוואה:

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} = 0$$

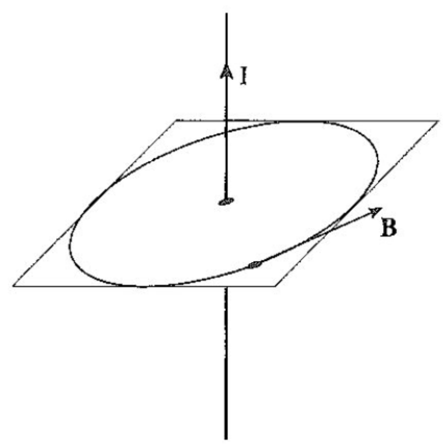
או, בניסוח מילולי: "ההקפה של שדה אלקטרוסטטי מתאפסת תמיד" (ראה "פרקי חשמל", סעיף המבוא לפרק ג').

לעתים קרובות גם חישובים של שדות אלקטרומגנטיים בעזרת חוק ביו-סבר אינם קלים ופשוטים. מן הראוי לבדוק האם לגבי שדות אלה קיימים חוקים דומים לחוק השטף ולחוק ההקפה הידועים מהאלקטרוסטטיקה, חוקים אשר לא רק יסייעו בחישוב השדות המגנטיים, אלא גם יהוו "חוקים מאפיינים" לשדות אלה.

נאמר כבר שלקווי שדה מגנטי אין התחלה או סוף (אלה תמיד קווים סגורים - ראה הכתוב בפרק ו' עמוד 7). לכן, אם נתייחס למשטח סגור המצוי בתוך שדה מגנטי - כל קווי השדה המגנטי הנכנסים למשטח חייבים גם לצאת ממנו, זאת אומרת השטף המגנטי הכולל דרך המשטח הסגור מתאפס תמיד.

לגבי שדות מגנטיים נוכל אפוא לרשום כך את "חוק השטף" (חוק גאוס):

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0 \qquad \text{(ז-5)}$$



תרשים ז-7

משוואה זו מבטאת את העובדה שלשדה המגנטי אין מקורות שהם קטבים מגנטיים בודדים.

כדי לברר מהי "ההקפה" של שדה מגנטי, נתייחס תחילה לשדה המגנטי של תייל ישר וארוך מאוד, בו זורם זרם I. כזכור, בשדה מגנטי זה קווי השדה הם מעגלים שהתייל עובר דרך מרכזם (ראה פרק ו' ותרשים ז-7). כמו כן ידוע לנו שהשדה המגנטי בקרבת התייל הוא:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2I}{r}$$

אם נכפול את שני אגפי המשוואה ב-$2\pi r$, נקבל:

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 I$$

האגף השמאלי של המשוואה הוא המכפלה של עוצמת השדה המגנטי B בנקודה הנמצאת במרחק r מהתייל, באורך המעגל המשיק ל-$\mathbf{B}$ בנקודה זו והמקיף את התייל.

אפשר לראות את המכפלה $B \cdot 2\pi r$ כ"הקפת השדה המגנטי" $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{r}$

לאורך מעגל זה.

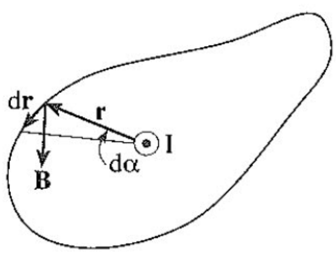
הסבר טענה זו.

הראינו, אפוא, שכאשר מבצעים את הסכימה של המכפלה הסקלרית $\mathbf{B} \cdot d\mathbf{r}$ לאורך מעגל המקיף את התייל, קיים הקשר:

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{r} = \mu_0 I$$

כלומר, הקפת השדה המגנטי לאורך מעגל המקיף תייל **בו זורם** זרם I שווה למכפלה של μ_0 ב-I.

מתברר שקשר זה כללי הרבה יותר: הוא קיים גם כאשר הסכימה של המכפלה הסקלרית $\mathbf{B} \cdot d\mathbf{r}$ מתבצעת לאורך מסלול **כלשהו** סביב תייל בו זורם זרם I. הוכחת טענה זו בצורתה הכללית מסובכת למדי, ולא נוכל להביאה במסגרת ספר זה. אולם קל להראות את הדבר אם מסלול האינטגרציה, שאיננו מעגל, נמצא במישור המאונך לתייל (ראה תרשים ז-8). המכפלה הסקלרית היא המכפלה של $|\mathbf{B}|$ בהיטל של $d\mathbf{r}$ עליו. היטל זה שווה ל-$rd\alpha$, לכן:



תרשים ז-8

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{r} = \oint B r d\alpha$$

כידוע, עוצמת השדה המגנטי B בנקודה ברוחק r מהתייל הישר בו זורם זרם I היא:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2I}{r}$$

או:

$$Br = \frac{\mu_0}{2\pi} I$$

לכן

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{r} = \oint \frac{\mu_0}{2\pi} I d\alpha$$

ואחרי הוצאת הגדלים הקבועים מחוץ לאינטגרל:

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{r} = \frac{\mu_0}{2\pi} I \oint d\alpha$$

האינטגרל $\oint d\alpha$ שווה לזווית ההיקפית סביב התייל, כלומר:

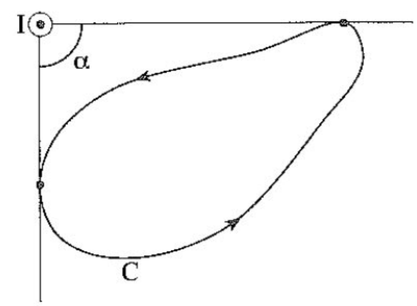
$$\oint d\alpha = 2\pi$$

מכאן המסקנה:

$$\boxed{\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{r} = \frac{\mu_0}{2\pi} I \cdot 2\pi = \mu_0 I}$$

עבור כל מסלול סגור המקיף את התייל במישור המאונך לו.
אם מסלול סגור במישור המאונך לתייל איננו מקיף את התייל, זאת אומרת אם התייל נושא הזרם נמצא מחוץ למסלול הסגור, מתקיים:

$$\oint d\alpha = 0$$



תרשים ז-9

כי בעוברנו לאורך המסלול הסגור (נסמנו באות C, ראה תרשים ז-9), הסכימה של הזווית α נעשית פעמיים, בשני כיוונים מנוגדים.
עקרון הסופרפוזיציה (עקרון זה קיים לגבי שדות מגנטיים, כפי שהוא קיים לגבי שדות חשמליים) מאפשר להכליל מסקנות חשובות אלה.
נניח שמסלול מישורי סגור מקיף מספר מוליכים ישרים, ארוכים ומקבילים שזרמים חשמליים זורמים בהם. אם כל המוליכים חודרים במאונך דרך המישור המוגבל על ידי המסלול הסגור, ההקפה לאורך המסלול הסגור של השדה המגנטי הנוצר ע"י הזרמים במוליכים אלה תישווה למכפלת הסכום האלגברי של כל הזרמים בקבוע μ_0.
יתר על כן, גם אם מחשבים את ההקפה של שדה מגנטי לאורך מסלול סגור שאיננו מישורי, ואפילו אם המוליכים הנושאים את הזרמים אינם ישרים, ארוכים ומקבילים, נכון המשפט שההקפה של שדה מגנטי לאורך מסלול סגור שווה למכפלה של הקבוע μ_0 בסכום האלגברי של הזרמים החודרים דרך משטח **כלשהו** המוגבל ע"י המסלול. **זהו ביטוי** מילולי לחוק אמפר, חוק שמקובל לבטאו בנוסחה מתמטית:

חוק אמפר

$$\boxed{\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{r} = \mu_0 \Sigma I} \qquad (ז\text{-}6)$$

כאמור, הוכחה כללית של חוק אמפר איננה פשוטה, ולא נביאה כאן.

כשם שחוק גאוס באלקטרוסטטיקה עוזר לחשב את השדה החשמלי **E** בבעיות שיש בהן סימטריה מרחבית, גם חוק אמפר באלקטרומגנטיות עוזר לחשב את השדה המגנטי **B** בבעיות שיש בהן סימטריה; נראה זאת בהמשך. לפני כן נחזור ונשווה בקצרה את "חוקי השטף" ואת "חוקי ההקפה" של השדות האלקטרוסטטי והמגנטי.

"חוקים מאפיינים" לשדות **E** ו-**B**:

	השדה האלקטרוסטטי, **E**	השדה המגנטי, **B**
חוק השטף	$\oint_A \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \frac{\Sigma q}{\varepsilon_0}$	$\oint_A \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0$
חוק ההקפה	$\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} = 0$	$\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{r} = \mu_0 \Sigma I$

כזכור, את השוני בין חוקי השטף של השדה האלקטרוסטטי ושל השדה המגנטי ייחסנו לעובדה שלקווי השדה המגנטי אין התחלה או סוף - אלה תמיד קווים סגורים*.

לעומתם, קווי השדה החשמלי (האלקטרוסטטי) מתחילים במטענים (חיוביים - על פי הסכם) ומסתיימים במטענים (שליליים, על פי אותו הסכם).

גם השוני בחוקי ההקפה של השדה החשמלי והמגנטי נובע מאופיים השונה של שני השדות, אופי המתבטא בין היתר בצורת קווי השדה שלהם. "הליכה"** לאורך מסלול סגור בשדה אלקטרוסטטי היא בחלקה האחד בכיוון השדה, ובחלקה השני נגד כיוון השדה; לכן "הליכה כוללת" בשדה האלקטרוסטטי, כזו המחזירה לנקודת המוצא (זוהי בעצם "הקפה" של השדה), מתאפסת.

לעומת זאת, בגלל האופי הרוטציוני של השדה המגנטי, "הליכה" בשדה מגנטי לאורך מסלול סגור המקיף זרם חשמלי היא כולה בכיוון השדה, או כולה נגד כיוון השדה, ולכן היא אינה יכולה להתאפס.

אשר לשימוש ב"חוקי שטף" או ב"חוקי הקפה" לפתרון בעיות, מן הראוי לזכור שחוק גאוס באלקטרוסטטיקה מקשר בין הרכיב **הניצב**

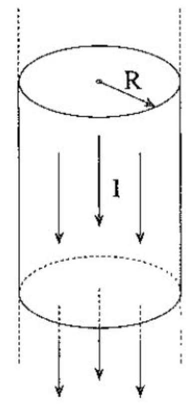
* לשדה כזה, שקווי השדה שלו סגורים, קוראים גם שדה "רוטציוני" - זאת אומרת שדה "סיבובי", או שדה "היקפי".

** "הליכה" - זהו שם ציורי קצר שנתנו לביצוע סכימת מכפלות סקלריות של וקטור שדה בווקטור העתק מזערי בשדה.

של השדה החשמלי בנקודות של פני משטח סגור, לבין המטענים החשמליים הכלואים בתוך המשטח; חוק אמפר, לעומת זאת, מקשר בין הרכיב **המשיקי** של השדה המגנטי בנקודות שעל פני עקום סגור, לבין הזרמים החשמליים העוברים דרך משטח המוקף על ידי העקום. נראה זאת להלן בדוגמה.

דוגמה של פתרון בעייה בעזרת חוק אמפר

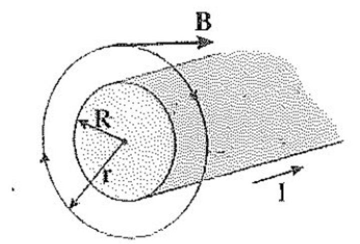
בתרשים ז-10 מתואר תייל מוליך ישר וארוך בעל רדיוס R בו זורם זרם I; צפיפות הזרם בתייל אחידה. מהו השדה המגנטי בתוך ומחוץ לתייל?



תרשים ז-10

פתרון

נחשב תחילה, בעזרת חוק אמפר, את השדה המגנטי מחוץ לתייל. נתאר לעצמנו שמסלול מעגלי שרדיוסו r מקיף את התייל ($r > R$), ראה תרשים ז-11).



תרשים ז-11

כידוע, וקטור השדה המגנטי משיק למסלול המעגלי בכל נקודותיו; מטעמי סימטריה, עוצמת השדה המגנטי B בנקודות אלה קבועה. לכן:

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{r} = B \cdot 2\pi r$$

על סמך חוק אמפר:

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{r} = B \cdot 2\pi r = \mu_0 I$$

זאת אומרת שכאשר $r > R$ מתקיים:

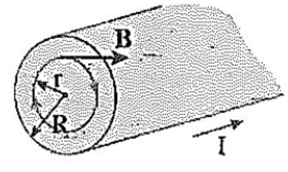
$$\boxed{B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{r}}$$

לתוצאה זו כבר הגענו בשיטת חישוב מסובכת יותר, שהתבססה על חוק ביו-סבר (ראה פתרון דוגמה 1 בסעיף ז-2).

עתה נחשב את השדה המגנטי בתוך התייל. נקיף את ציר הסימטריה של התייל במעגל בעל רדיוס r, כך ש: $r \le R$ (תרשים ז-12).

גם במקרה זה השדה המגנטי **B** משיק למעגל בכל נקודה עליו, ועוצמתו B קבועה, לכן:

$$\boxed{\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{r} = B \cdot 2\pi r = \mu_0 I'}$$



תרשים ז-12

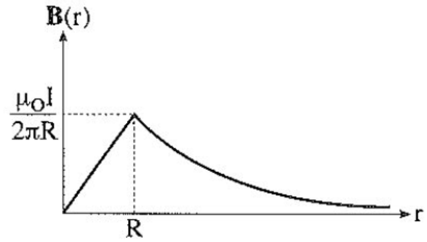
I' הוא אותו חלק של הזרם החשמלי בתייל שעובר דרך העיגול שרדיוסו r. צפיפות הזרם בתייל קבועה, כך שנוכל לרשום:

$$I' = \frac{I}{\pi R^2} \cdot \pi r^2 = I \frac{r^2}{R^2}$$

לפיכך, כאשר $r \le R$:

$$B = \frac{\mu_0 I'}{2\pi r} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{r}{R^2} I \qquad (ז-7)$$

מעניינת גם המסקנה שבמרכז התייל, בו $r = 0$, השדה המגנטי מתאפס. (גרף המתאר את עוצמת השדה המגנטי של תייל ישר וארוך כפונקציה של המרחק r ממרכז התייל - בתרשים ז-13).



תרשים ז-13

הרחבה והעמקה

שדות חשמליים, שדות מגנטיים ומערכות ייחוס

כידוע, מטענים חשמליים במנוחה יוצרים שדה חשמלי, ומטענים חשמליים בתנועה יוצרים בנוסף לשדה החשמלי גם שדה מגנטי. לפיכך, צופה שבידיו גלאים רגישים לשדה חשמלי ולשדה מגנטי, יגלה שדות אלה כשגוף טעון יחלוף על פניו.

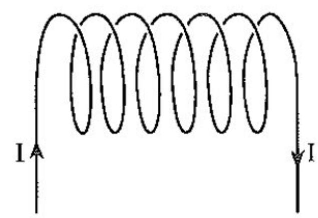
נניח עתה שצופה שני, הנמצא בקרונית הנוסעת במהירות קבועה יחסית לצופה הראשון, מחזיק בידיו גלאים רגישים לשדה חשמלי ולשדה מגנטי. בקרונית גם מצוי גוף טעון הנמצא במנוחה ביחס אליה.

ברור שהצופה הראשון, המשתמש בגלאים שברשותו, יגלה את השדה החשמלי ואת השדה המגנטי שנוצרים על ידי הגוף הטעון החולף על פניו. הצופה השני, לעומת זאת, יגלה אמנם את השדה החשמלי, אך לא יגלה כל שדה מגנטי, כי יחסית אליו, הגוף הטעון נמצא במנוחה.

כיצד עלינו להתייחס לגילויים השונים של שני הצופים? איננו רשאים, כמובן, להתעלם מגילויי הצופה השני, רק מכיון שערך את תצפיותיו מעל גבי קרונית נוסעת; הרי הצופה הראשון איננו במנוחה מוחלטת - המעבדה בה הוא נמצא משתתפת בתנועות הסיבוביות של כדור הארץ סביב צירו וסביב השמש. עלינו לקבל אפוא כעובדה

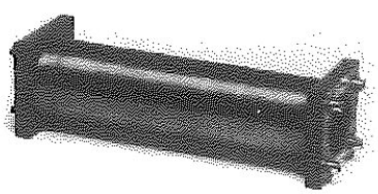
מצב שבו צופה אחד מגלה את קיומם של שדה חשמלי ושל שדה מגנטי, בעוד שצופה אחר הנמצא בתנועה במהירות קבועה ביחס לצופה הראשון, מגלה שדה חשמלי בלבד.
עובדה זו מעלה בפנינו בעייה קשה, כי היא סותרת לכאורה עקרון חשוב שלמדנו במכניקה הניוטונית - את עקרון היחסות הקובע כי: "חוקי הטבע זהים בכל מערכות הייחוס האינרציאליות" (ראה "מכניקה ניוטונית", עדי רוזן וזאב קרקובר, כרך א' עמוד 230).
כדי להתמודד עם הבעייה ולישב את הסתירה לכאורה בין תצפיות שני הצופים חייבים קודם כל לזכור ששדות חשמליים ושדות מגנטיים אינם בלתי תלויים זה בזה - קיים ביניהם קשר הדוק המוצא את ביטויו במשוואות מקסוול, בהן נדון בהמשך. אולם בעיקר חייבים להנתק ממושגי יסוד מסוימים במכיקה הניוטונית ולאמץ במקומם עקרונות של תורת היחסות הפרטית של אינשטיין. זוהי משימה גדולה ונכבדה, אלא שהיא חורגת ממסגרת לימודינו הנוכחית.

ז–4 השדה המגנטי של סילונית

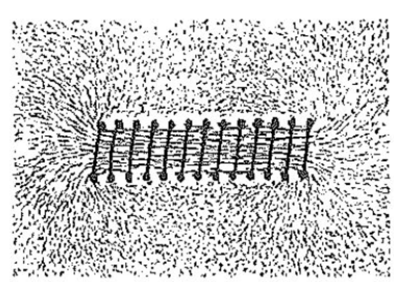


תרשים ז-14

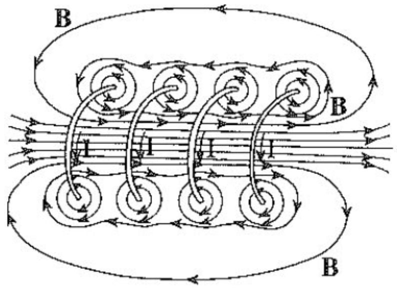
במעגלים חשמליים מרבים להשתמש בסלילים - אלה הם תיילים מוליכים המלופפים סביב ציר (תרשים ז-14). סליל שליפופי התייל שלו צפופים ושאורכו L גדול יחסית לרדיוסו R נקרא סילונית (Solenoid) - ראה תרשים ז-15. סילונית היא מתקן חשוב ומענין מכיוון שהשדה המגנטי בתוכה יכול להיות חזק וגם אחיד.


תרשים ז-15

בסילונית שליפופי התייל שלה אינם צפופים מדי, אפשר להמחיש את השדה המגנטי על ידי אבקת ברזל (תרשים ז-16). רואים שהשדה המגנטי בתוך הסילונית אמנם אחיד למדי, ושהשדה המגנטי מחוץ לסילונית, בעיקר קרוב למרכזה, חלש, ובקירוב טוב - אפשר להזניחו. ככל שהסילונית ארוכה יותר, קירוב זה טוב יותר. בסילונית ארוכה מאד ("אינסופית"), השדה מחוץ לסילונית הוא למעשה - אפס.
ההסבר לעובדות אלה מבוסס על עקרון הסופרפוזיציה: השדה המגנטי הכולל בנקודות שונות בתוך הסילונית ומחוץ לה מתקבל ע"י חיבור וקטורי של השדות המגנטיים של כל אחת מהלולאות. בתוך הסילונית שדות אלה, שהם בקירב שווי כיוון ומגמה, מחזקים זה את זה, בעוד שמחוץ לסילונית הם בעלי כיוונים כאלה שהם מחלישים זה את זה


תרשים ז-16

(תרשים ז-17). ככל שהליפופים של סילונית צפופים יותר, וככל שאורכה גדול יחסית לרדיוסה, השדה המגנטי מחוץ לסילונית חלש יותר, וזה שבתוכה חזק ואחיד יותר.



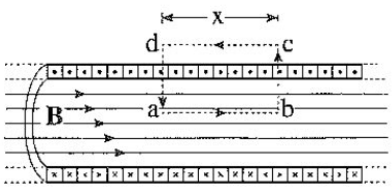
תרשים ז-17

עתה נשתמש בחוק אמפר כדי לחשב את עוצמת השדה המגנטי בתוך סילונית. תרשים ז-18 מתאר חתך של סילונית בעלת N ליפופים שאורכה L. אם ליפופי הסילונית צפופים ואורכה גדול יחסית לקוטרה, נוכל לומר שהשדה המגנטי מחוץ לסילונית וקרוב למרכזה (זאת אומרת הרחק מקצותיה) מתאפס בקירוב. השדה המגנטי בתוך הסילונית אחיד, וקווי השדה מקבילים לצירה.

כדי לחשב את השדה המגנטי **B** בעזרת חוק אמפר, נבחר כמסלול אינטגרציה של השדה את המלבן המסומן abcd בתרשים ז-18; הצלע ab של מלבן זה מקבילה לציר הסילונית ואורכה x (ראה תרשים).

הקפת השדה המגנטי **B** היא הסכום של ארבעה אינטגרלים "קוויים":

$$\oint \mathbf{B}\cdot d\mathbf{r} = \int_a^b \mathbf{B}\cdot d\mathbf{r} + \int_b^c \mathbf{B}\cdot d\mathbf{r} + \int_c^d \mathbf{B}\cdot d\mathbf{r} + \int_d^a \mathbf{B}\cdot d\mathbf{r}$$



תרשים ז-18

המחובר השלישי מתאפס, כי הנחנו שמחוץ לסילונית השדה **B** מתאפס (או, לפחות, הוא חלש כל כך שאפשר להזניחו).

המחוברים השני והרביעי מתאפסים, כי בחלקי הקטעים של bc ו-da אשר בתוך הסילונית, השדה המגנטי **B** אמנם אינו מתאפס, אבל הוא מאונך לקטעים, ולכן המכפלה הסקלרית $\mathbf{B}\cdot d\mathbf{r}$ מתאפסת; אשר לחלקי הקטעים של bc ו-da הנמצאים מחוץ לסילונית - שם, כאמור, **B** מתאפס (או זניח).

נשארת, אפוא, רק התרומה של המחובר הראשון, זאת אומרת:

$$\oint \mathbf{B}\cdot d\mathbf{r} = \int_a^b \mathbf{B}\cdot d\mathbf{r} = Bx$$

כי השדה **B** אחיד, והוא מקביל לצלע המלבן ab. לפי חוק אמפר נקבל אפוא:

$$\oint \mathbf{B}\cdot d\mathbf{r} = Bx = \mu_0 \Sigma I$$

אם לסילונית אורך L וסה"כ N ליפופים, מספר הליפופים ליחידת אורך הוא N/L, ולאורך x ישנם Nx/L ליפופים.

הזרם הכללי העובר דרך המלבן abcd שווה למספר הליפופים בתוך המלבן כפול הזרם I העובר דרך כל ליפוף:

$$\Sigma I = \frac{Nx}{L} I$$

מחוק אמפר אנו מקבלים

$$Bx = \mu_0 \frac{Nx}{L} I$$

ולכן:

$$\boxed{B = \mu_0 \frac{N}{L} I} \qquad (ז-8)$$

זהו השדה המגנטי בנקודות שונות בתוך הסילונית, בתנאי שהנקודות די רחוקות משני קצותיה.

?

מהו השדה המגנטי בקצה סילונית, אשר מספר ליפופיה N, אורכה L וזרם I זורם דרכה?
רמז: הנח שקצה הסילונית היה האמצע של סילונית ארוכה פי שניים, לפני שזו נחצתה, וחציה השני סולק.

הרחבה והעמקה

עוצמת השדה המגנטי בסליל כלשהו

ראינו שבסליל "אינסופי" (סילונית) עוצמת השדה המגנטי נתונה על ידי הנוסחה

$$B = \mu_0 \frac{N}{l} I$$

בעזרת חוק ביו-סבר, או חוק אמפר, ניתן להוכיח כי לגבי סליל בעל אורך סופי ורדיוס R, נוסחת עוצמת השדה המגנטי היא:

$$B = \mu_0 \frac{N}{\sqrt{L^2 + 4R^2}} I$$

נוסחה זו אפשר לרשום גם כך:

$$B = \mu_0 \frac{N}{L} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2R}{L}\right)^2}} I$$

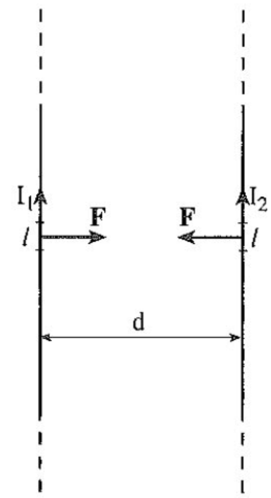
כאשר מחשבים את השדה המגנטי בסליל סופי על פי נוסחת הסילונית, מוצאים ערך גדול מדי, ערך גדול פי $\sqrt{1 + \left(\frac{2R}{L}\right)^2}$ מערכו האמיתי. לגבי סליל ארוך בו $R << L$ נוכל לכתוב:

$$\sqrt{1 + \left(\frac{2R}{L}\right)^2} \approx 1 + \frac{1}{2}\left(\frac{2R}{L}\right)^2 = 1 + 2\left(\frac{R}{L}\right)^2$$

לכן, אם לדוגמה $R = 1.5\text{ cm}$ ו-$L = 15\text{ cm}$, סדר הגודל של הטעות הוא

$$2\left(\frac{R}{L}\right)^2 = 2 \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^2 = \frac{2}{100} = 2\%$$

ז-5 כוחות מגנטיים בין זרמים מקבילים; הגדרת האמפר



תרשים ז-19

כאשר זרמים I_1 ו-I_2 זורמים בשני תיילים מקבילים, כל אחד מהם יוצר שדה מגנטי הפועל על השני. שימוש בכלל היד הימנית (או בכלל הבורג) מראה כי במקרה של זרמים בעלי אותה מגמה על כל תייל פועל כוח המכוון אל התייל השני (תרשים ז-19). גודלו של הכוח **F** שמפעיל שדה מגנטי $\mathbf{B}_1$ על קטע תייל שאורכו l בו זורם זרם I_2 נתון על ידי הנוסחה:

$$F = B_1 I_2 l$$

(ראה נוסחה ו-10, בפרק הקודם).

עוצמת השדה המגנטי $\mathbf{B}_1$ שנוצר על ידי הזרם I_1 במרחק d ממנו היא:

$$B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2I_1}{d} = 2 \cdot 10^{-7}\frac{I_1}{d}$$

לכן, הכוח המופעל ע"י כל אחד מהזרמים על קטע תייל l, בו זורם הזרם השני הוא:

$$F = 2 \cdot 10^{-7}\frac{I_1 I_2}{d} l \qquad \text{(ז-9)}$$

מכיון שמדידת כוח בעזרת מאזניים רגישים יכול להתבצע בדיוק רב מאוד, הוסכם כי נוסחה זו תשמש בסיס להגדרת היחידה לעוצמת זרם.

הגדרת האמפר היא, אם כן:

אמפר הוא עוצמת הזרם הקבועה בכל אחד משני תיילים מקבילים אינסופיים דקים מאד הנתונים בריק במרחק מטר אחד זה מזה, כשפועל ביניהם כוח הדדי בשיעור $2 \cdot 10^{-7}$ ניוטון לכל מטר של תייל.

?

יחידת עוצמת הזרם החשמלי - האמפר - איננה נחשבת ליחידה גדולה במיוחד; זרמים חשמליים שעוצמתם מסדר גודל של אמפר קיימים במעגלים חשמליים רבים. לעומת זאת, יחידת המטען החשמלי, הקולון, המוגדרת כידוע כאמפר כפול שניה, נחשבת ליחידה ענקית, ואיננו מוצאים גופים טעונים שכמות המטען העודף שלהם מתקרבת לקולון. מהו ההסבר לעובדות אלה?

ניסוי רולנד

אמפר ובני דורו לא היו בטוחים שכל תנועה לא אקראית של מטענים חשמליים, המהווה זרם חשמלי, היא מקור לתופעות מגנטיות. בתקופתם נשאלה השאלה האם תנועה של גוף, הנושא מטען אלקטרוסטטי, תגרום לתופעות דומות לאלה שיוצר זרם חשמלי רגיל. מאוחר יותר, במחצית השניה של המאה התשע-עשרה, הצביעה עבודתו התאורטית של מקסוול על תשובה **חיובית** לשאלה זו. אולם הראייה הניסויית הישירה הראשונה לכך סופקה ע״י הפיסיקאי האמריקני הנרי רולנד (Henry Rowland) בניסוי מזהיר שביצע בשנת 1878. בניסויו הצליח רולנד למדוד את השדה המגנטי החלש מאד הנוצר על ידי דיסקה טעונה מסתובבת.

בחישוב פשוט המובא להלן נראה שעוצמתו של שדה זה קטנה בערך פי 50,000 מעוצמת השדה המגנטי של כדוה״א. המשימה שלקח על עצמו רולנד לפני למעלה ממאה שנה קשה לביצוע אפילו באמצעות המכשירים המשוכללים העומדים לרשותנו היום!

חישוב סדר הגודל של השדה המגנטי הנוצר ע"י דיסקה טעונה מסתובבת

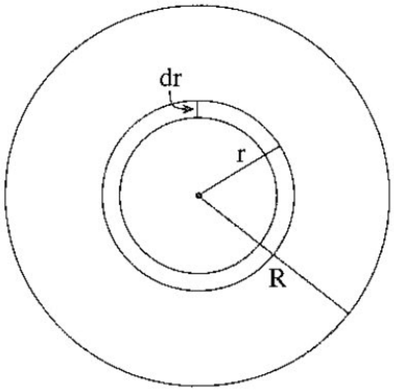
צפיפות השטח σ של מטען חשמלי היכול להמצא על פני דיסקה טעונה מוגבלת, ואינה יכולה לעלות על ערך σ_{max} מסוים. זאת, מכיון ששדה חשמלי באוויר המקיף את הדיסקה שעוצמתו גדולה מ-$3 \times 10^6 \frac{\text{וולט}}{\text{מטר}}$ בקירוב, יגרום ליינון האוויר, וכתוצאה מכך לפריקת מטען הדיסקה.

נניח שטוענים דיסקה עגולה שרדיוסה R ע״י שיפשוף - אם הדיסקה עשויה מחומר מבודד (PVC למשל), או ע״י השראה אלקטרוסטטית או באמצעות מקור מתח גבוה - אם היא עשויה ממתכת.

כאמור, צפיפות השטח המירבית של מטען חשמלי על פני הדיסקה נקבעת על ידי הערך המירבי E_{max} של עוצמת השדה בסביבתה.

מכיון ש-$E_{max} \approx 3 \cdot 10^6 \frac{V}{m}$, ומכיון שבין עוצמת השדה החשמלי ובין צפיפות המטען קיים הקשר הפשוט $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$, נוכל לחשב את צפיפות השטח המירבית של המטען על פני הדיסקה:

$$\sigma_{max} = \varepsilon_0 E_{max} \approx 10^{-11} \cdot 3 \cdot 10^6 \approx 3 \cdot 10^{-5} \frac{C}{m^2}$$



תרשים ז-20

נחשב עתה את עוצמת השדה המגנטי B במרכז דיסקה זו, בהנחה שהיא מסתובבת בתדירות f סביב ציר העובר במרכזה.

אם נחלק את שטח הדיסקה לטבעות קונצנטריות רבות סביב צירה, כל טבעת שרדיוסה r ורוחבה הקטן dr (ראה תרשים ז-20) תתרום תרומה dB לשדה המגנטי במרכז הדיסקה, ויתקיים הקשר:

$$dB = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{\sigma \cdot 2\pi r \cdot dr}{r} \cdot f$$

?

הסבר קשר זה!

לאחר צמצום ושנוי סדר גורמי המכפלה נקבל את הקשר:

$$dB = \pi \mu_0 \sigma f dr$$

כדי לחשב את השדה המגנטי B במרכז הדיסקה, נבצע אינטגרציה של משוואה זו, ולאחר מכן נציב ערכים מתאימים של המשתנים.

$$B = \int_0^R \pi \mu_0 \sigma f dr = \pi \mu_0 \sigma f R$$

צפיפות המטען המירבית היא, כאמור, $\sigma_{max} \approx 3 \cdot 10^{-5} \frac{C}{m^2}$, הרדיוס R של הדיסקה בה השתמש רולנד היה $R = 2 \cdot 10^{-1} m$, תדירות הסיבוב f של המנוע בו השתמש היתה $f = 60\ Hz$ וערכו של הקבוע μ_0 הוא כידוע $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$. לפיכך סדר הגודל של השדה המגנטי שמדד היה

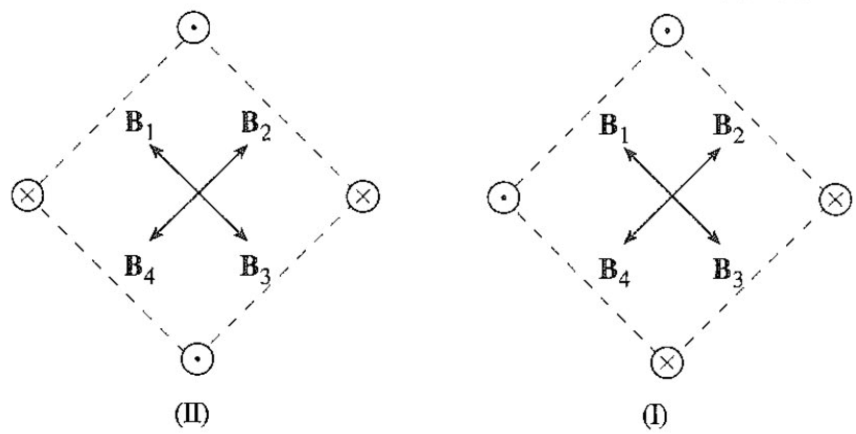
$$B \approx 10^{-9}\ T$$

וזהו אמנם שדה מגנטי החלש בערך פי 50,000 מהשדה המגנטי של כדוה"א!

שאלות ותרגילים

1. אלומה ישרה של חלקיקים טעונים יוצאת ממישור הדף במאונך לו, ונעה הישר אליך. תאר את קווי השדה המגנטי הנוצר על ידי אלומה זו, במקרים הבאים:
   א. החלקיקים הם אלקטרונים.
   ב. החלקיקים הם פרוטונים.

2. ארבעה תיילים ישרים, ארוכים ומקבילים, עוברים דרך הקודקודים של ריבוע במאונך לו. בתיילים זורמים זרמים חשמליים בעלי עוצמות שוות. עבור כיווני הזרמים המתוארים בכל אחד מהתרשימים (I) ו-(II), מהו וקטור השדה המגנטי במרכז הריבוע?

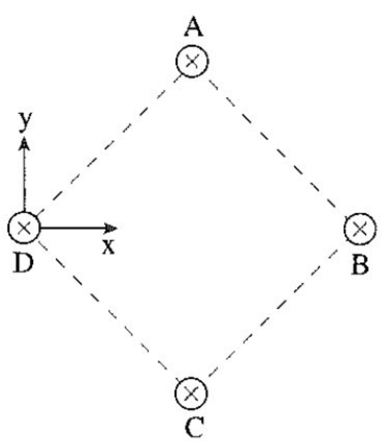


א. B_1 ב. B_2

ג. B_3 ד. B_4

ה. השדה המגנטי במרכז הריבוע מתאפס.

3. ארבעה תיילים ישרים, ארוכים ומקבילים, עוברים דרך הקודקודים של ריבוע, במאונך לו. בתיילים זורמים זרמים חשמליים בעלי עוצמות שוות ובעלי כיוונים כמתואר בתרשים. שקול הכוחות המגנטיים ששלושת התיילים A, B ו-C מפעילים על התייל D הוא בכיוון:



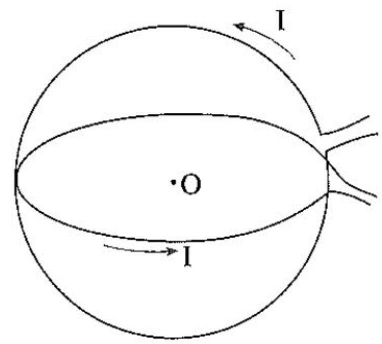
א. +x;   ב. −x;   ג. +y;   ד. −y

4. שני תיילים ישרים, ארוכים ומקבילים, נמצאים זה מעל זה בכיוון קו אורך מגנטי של כדור הארץ. עוצמות הזרמים בתיילים שוות, והכוחות המגנטיים שהתיילים מפעילים זה על זה הם כוחות משיכה.

א. מהו כיוון הזרם החשמלי בכל תייל אם מחט מצפן, המונחת מתחת לתיילים, מורה על כיוון שהוא $45°$ מערבה מהצפון?

ב. איזה כיוון תורה מחט המצפן אם נציב את המצפן בין התיילים, במרחק שווה משניהם?

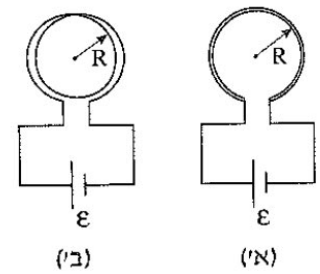
נמק את תשובותיך.



5. שתי לולאות תייל מעגליות שוות קוטר ובעלות מרכז משותף O מאונכות זו לזו. מזרימים זרם I בכל אחת משתי הלולאות (ראה תרשים).

א. מה כיוון השדה המגנטי במרכז המשותף O של הלולאות?

ב. כיצד מתיחסת עוצמת השדה השקול B לעוצמת השדה B' של כל לולאה לחוד?



6. נתונים מקור מתח ושני תיילי נחושת זהים. מחברים את תיילי הנחושת אל מקור המתח - פעם אחת במקביל ופעם אחת בטור. כאשר התיילים מחוברים במקביל, מתקבלים שני מעגלים בעלי רדיוס זהה R (תרשים א׳). כאשר התיילים מחוברים בטור, מתקבל מעין סליל בעל שתי כריכות ורדיוס R (תרשים ב׳). מהו היחס בין עוצמות השדה המגנטי במרכז המעגל בשני המקרים? הזנח את התנגדות מקור המתח.

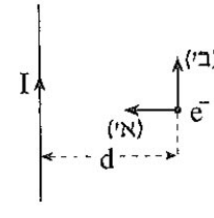
7. בתייל ישר וארוך זורם זרם חשמלי $I = 20$ אמפר. בקירבת התייל נע אלקטרון במהירות $v = 10^7$ מ׳/ש׳.

מהו הכוח האלקטרומגנטי (גודל וכיוון) הפועל על האלקטרון כשהוא נמצא במרחק $d = 5$ ס״מ מהתייל, אם הוא נע:

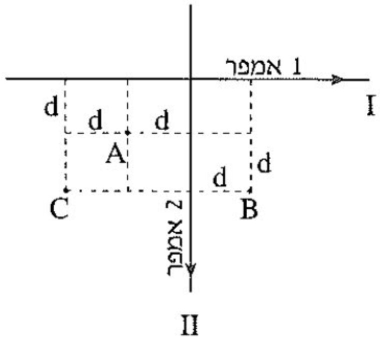
א. אל התייל, בכיוון מאונך אליו?

ב. במקביל לתייל, בכיוון הזרם החשמלי בתייל?

ג. בכיוון המאונך לכיוונים המתוארים בסעיפים א׳ ו-ב׳ של השאלה (ראה תרשים).



8. שני תיילים I ו-II ארוכים ומאונכים זה לזה נמצאים במישור אחד ונושאים זרמים חשמליים של 1 ו-2 אמפר בהתאמה (ראה תרשים). הזרם של אמפר אחד יוצר שדה מגנטי של 10^{-5} טסלה במרחק d מן התייל.



מהו השדה המגנטי (גודל וכיוון):

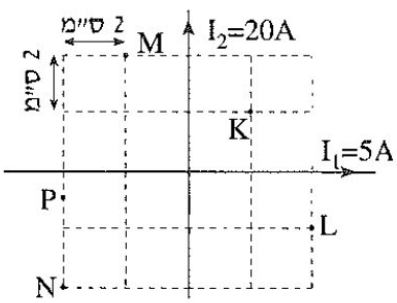
א. בנקודה A?

ב. בנקודה B?

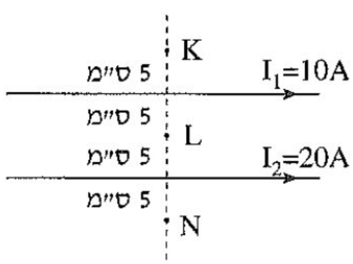
ג. במרחק d מהמישור המשותף של התיילים ומעל נקודת החיתוך שלהם?

ד. מה צריך להיות הזרם החשמלי (כיוון ועוצמה) בתייל I כדי שהשדה המגנטי בנקודה C יתאפס?

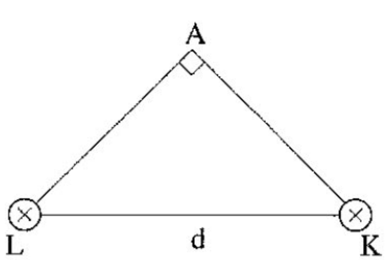
ה. אילו היה התייל II חופשי להסתובב סביב נקודת החיתוך של שני התיילים, האם היה מסתובב? אם כן, באיזה מישור ובאיזו מגמה?



9. שני תיילים ארוכים מצויים במישור אחד. התיילים ניצבים זה לזה ונושאים זרמים שעוצמתם $I_1 = 5A$, $I_2 = 20A$ (ראה תרשים). מהי העוצמה ומהו הכיוון של השדה המגנטי הנוצר בנקודות K, L, M, N ו-P שבתרשים?

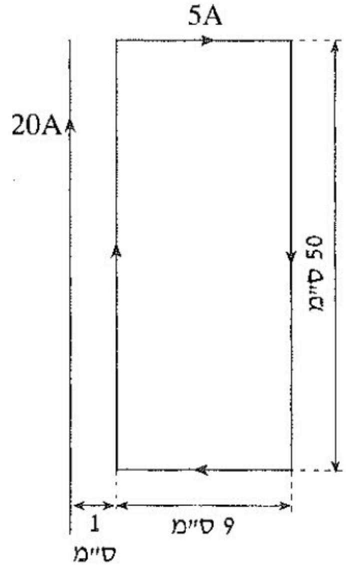


10. שני תיילים ארוכים ומקבילים זה לזה נושאים זרמים שעוצמתם $I_1 = 10A$, $I_2 = 20A$ (ראה תרשים). מהי העוצמה ומהו הכיוון של השדה המגנטי הנוצר בנקודות K, L ו-N שבתרשים?



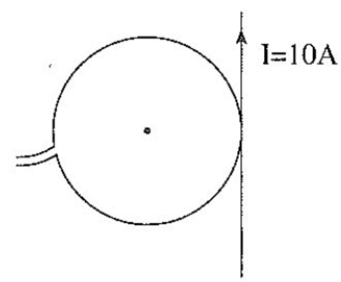
11. שני תיילים ארוכים ומקבילים זה לזה K ו-L נושאים זרמים שעוצמתם $I = 2A$. כיווני הזרמים בשני התיילים הם לתוך הדף (ראה תרשים), והמרחק ביניהם הוא $d = 10\sqrt{2}$ cm.
חשב את השדה הגנטי (גודל וכיוון) בנקודה A שבתרשים.
נתון כי $AL = AK$, וכי AL ניצב ל-AK.

12. מסגרת מלבנית מוליכה שמימדיה 50 cm x 9 cm נושאת זרם של 5 A. המסגרת מצויה בקירבת תייל ארוך מאוד הנושא זרם שעוצמתו 20A. צלע המסגרת הקרובה לתייל נמצאת במרחק 1 cm ממנו (ראה תרשים).



חשב את הכוח השקול (גודל וכיוון) שמפעיל הזרם בתייל הארוך על המסגרת.

13. בתייל ישר וארוך הצמוד להיקף לולאה במישור שלה זורם זרם חשמלי שעוצמתו $I = 10A$ (ראה תרשים).
מה צריך להיות כיוונו, ומה צריכה להיות עוצמתו של זרם חשמלי בלולאה, כדי שהשדה המגנטי במרכזה יתאפס?

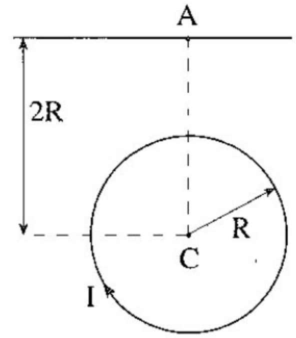


14. בכריכה מעגלית בעלת רדיוס R זורם זרם חשמלי I במגמת סיבובם של מחוגי השעון (ראה תרשים). תייל ישר וארוך נמצא במישור הכריכה במרחק 2R ממרכזה C. A היא נקודה על התייל הישר כך שהקטע CA יוצר זווית בת 90° עם התייל.

א. איזה זרם (גודל וכיוון) צריך לזרום בתייל הישר כדי שבמרכז הכריכה C השדה המגנטי יתאפס?

ב. האם הכוח האלקטרומגנטי הפועל על הכריכה במצב זה שווה לאפס? אם לא, מה כיוונו?

ג. מסובבים את התייל הישר סביב הנקודה A ב-90° כך שיהיה ניצב למישור הכריכה והזרם בו (אותו חישבת בסעיף ב׳ של השאלה) חודר לתוך מישור הדף. במצב זה, מה יהיה השדה המגנטי במרכז הכריכה, C?

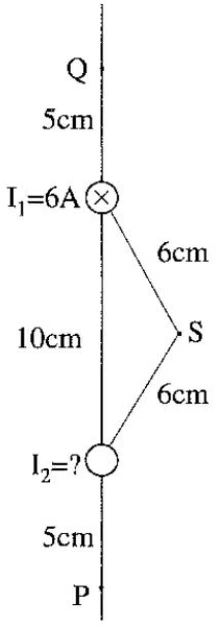


15. שני תיילים ארוכים, ישרים ומקבילים זה לזה מרוחקים 10 cm האחד מהשני, כמתואר בתרשים. התייל העליון נושא זרם $I_1 = 6A$ במגמה אל תוך מישור הדף.

א. מה גודלו ומה מגמתו של הזרם I_2 בתייל התחתון, אם השדה המגנטי השקול בנקודה P שווה לאפס?

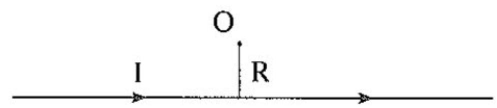
ב. מהו אז השדה המגנטי השקול בנקודה Q?

ג. מהו השדה המגנטי השקול בנקודה S?

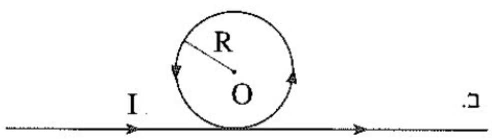


16. תייל מוליך ארוך מאוד ("אינסופי") משמש לבניית מעגלים חשמליים שזורם בהם זרם קבוע I. בתרשימים (א) עד (ח) מתוארים שמונה מעגלים שניבנו מתייל זה. בכל אחד מהמעגלים המתוארים בתרשימים מהו השדה המגנטי B (גודל וכיוון) בנקודה O הנמצאת במרחק R מהתייל? (קטעי התייל בתרשימים השונים הם קו ישר, רבע מעגל, חצי מעגל או מעגל שלם).

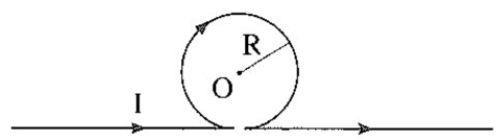
א.



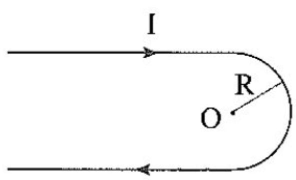
ב.



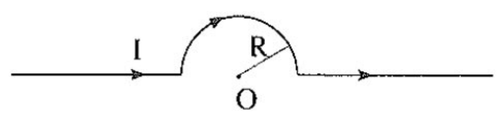
ג.



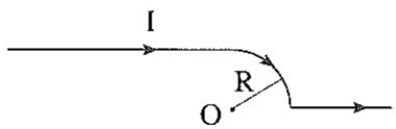
ד.



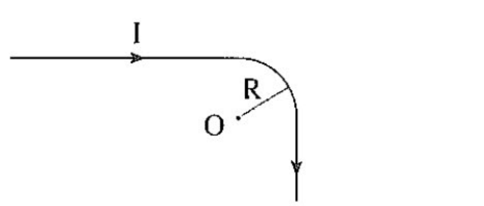
ה.



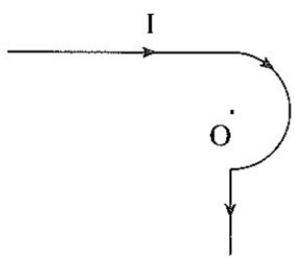
ו.



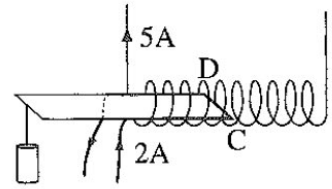
ז.



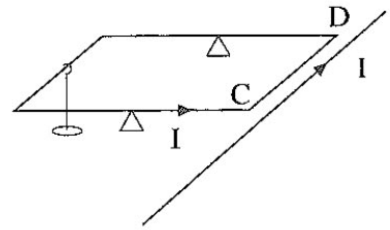
ח.



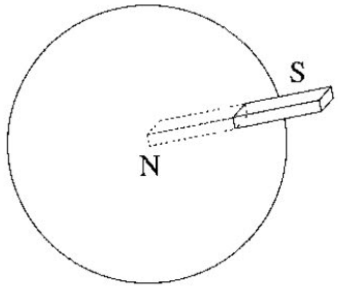
17. כדי למדוד את עוצמת השדה המגנטי בתוך סילונית שאורכה 20 ס"מ משתמשים במאזני זרם (ראה תרשים). כאשר עוצמת הזרם בסילונית היא 5 אמפר, דרושה משקולת של 0.1 גרם כדי לאזן את מאזני הזרם שבהם זורם זרם של 2 אמפר. אורך הקטע CD של מאזני הזרם המאונך לשדה המגנטי הוא 2 ס"מ.
א. מהי עוצמת השדה המגנטי בתוך הסילונית?
ב. מהו מספר הליפופים של הסילונית?



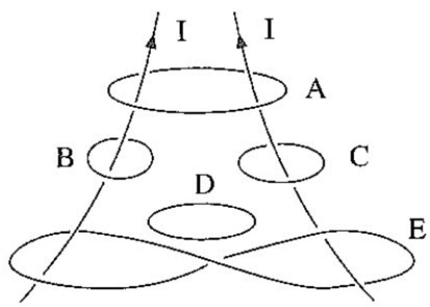
18. מה המשקולת הדרושה במאזני הזרם שבתרשים, אם הזרם I הוא 5 אמפר, אורך הקטע CD הוא 20 ס"מ, ובשעת שיווי המשקל, המרחק בין הקטע CD ובין התייל הישר הארוך הנמצא מתחתיו הוא 0.5 ס"מ?



19. א. מגנט קטן מוקף משטח כדורי.
מה השטף המגנטי הכולל דרך המשטח?
ב. המגנט הקטן חודר חלקית לתוך משטח כדורי (ראה תרשים).
מה השטף המגנטי דרך המשטח? נמק את תשובותיך.



20. מהי ההקפה של השדה המגנטי לאורך כל אחד מחמשת המסלולים A, B, C, D, E (ראה תרשים).

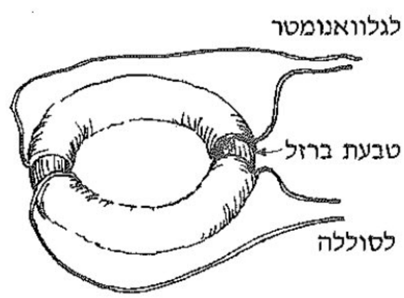


תשובות לשאלות ולתרגילים

2. (I) ב'
(II) ה'
3. א'
4. (א) צפונה
(ב) צפונה
5. (ב) $\frac{B}{B'} = \sqrt{2}$
6. $\frac{B_א}{B_ב} = 2$
7. (א) $F = 1.3 \cdot 10^{-6}N$, מקביל לתייל, למעלה.
(ב) $F = 1.3 \cdot 10^{-6}N$, מאונך לתייל, ימינה.
(ג) $F = 0$
8. (א) $B_A = 3 \cdot 10^{-5}T$, פנימה.
(ב) $B_B = 1.5 \cdot 10^{-5}T$, החוצה.
(ג) $B = \sqrt{5} \cdot 10^{-5}T$
(ד) $I = 2A$, שמאלה.
(ה) במישור התיילים, נגד מגמת הסיבוב של מחוגי השעון.
9. $B_M = 2.25 \cdot 10^{-4}T$, החוצה.
$B_N = 7.5 \cdot 10^{-5}T$, החוצה.
$B_K = 1.5 \cdot 10^{-4}T$, פנימה.
$B_L = 1.5 \cdot 10^{-4}T$, פנימה.
$B_P = 0$.
10. $B_K \approx 6.7 \cdot 10^{-5}T$, החוצה.
$B_L = 4 \cdot 10^{-5}T$, החוצה.
$B_N \approx 9.3 \cdot 10^{-5}T$, פנימה.
11. $B \approx 5.7 \cdot 10^{-6}T$, מקביל ל-LK ימינה.
12. $F = 9 \cdot 10^{-4}N$, משיכה.
13. $I \approx 3.2A$, במגמת הסיבוב של מחוגי השעון.
14. (א) $I' = 2\pi I$, שמאלה.
(ב) כוח דחיה בכיוון מאונך לכיוון התייל הישר.
15. (א) $I_2 = 2A$, החוצה ממישור הדף.
(ב) $B = 2.1 \cdot 10^{-5}T$, מאונך ל-PQ ימינה.
(ג) $B \approx 3.4 \cdot 10^{-5}T$, כ-12° מתחת לאנך מ- S ל- PQ, שמאלה.
17. (א) $B = 2.5 \cdot 10^{-2}T$
(ב) $N \approx 800$
18. $m \approx 1.3 \cdot 10^{-3}kg$

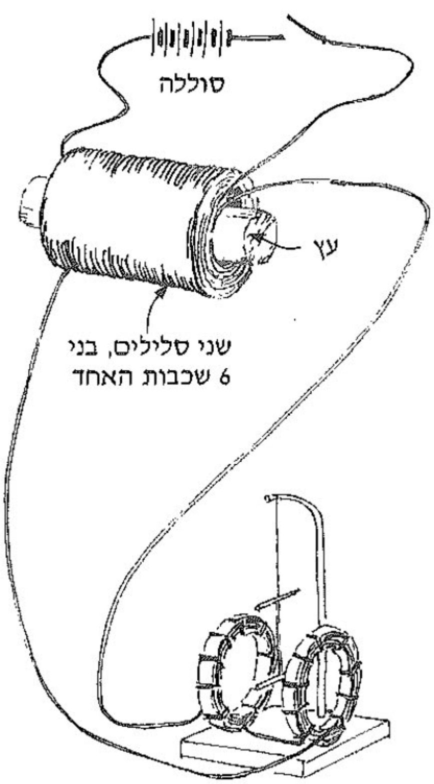
פרק ח
השראה אלקטרומגנטית

ח-1 מבוא



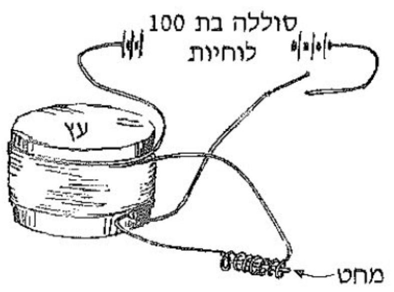
אחרי שארסטד גילה בניסוייו המפורסמים משנת 1820 כי זרם חשמלי יוצר שדה מגנטי, התעוררה השאלה האם קיימת גם התופעה ההפוכה - של שדה מגנטי היוצר זרם חשמלי. במשך למעלה מעשר שנים ניסו פיסיקאים רבים למצוא תשובה לשאלה זו, אך בדרך כלל ללא הצלחה. רק בשנת 1831 הצליח המדען האנגלי הדגול מיכאל פרדיי, אחרי שביצע סידרה מרשימה של ניסויים, לגלות את התנאים הפיסיקליים הדרושים כדי ליצור זרם חשמלי בעזרת שדה מגנטי - תופעה שכונתה בשם "השראה אלקטרומגנטית". בערך באותו זמן הגיע גם הפיסיקאי האמריקני יוסף הנרי (Joseph Henry) לתוצאות ולמסקנות דומות, וזאת בלי ששני המדענים ידעו האחד על עבודת השני.

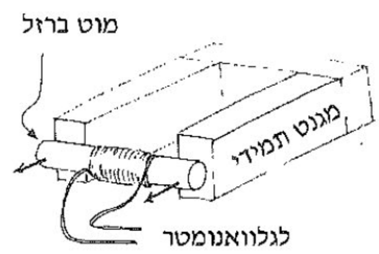
בפרק זה נדון בהרחבה בניסוייו של פרדיי ובתופעת ההשראה האלקטרומגנטית, שנתגלתה באמצעותם.



ח-2 הניסויים של פרדיי

הניסויים של פרדיי (וניסויים דומים של הנרי), שאיפשרו לגלות את תופעת ההשראה האלקטרומגנטית ולחקור אותה, בוצעו בכלים ובמכשירים פשוטים (ראה תרשים ח-1) שעמדו לרשות מדענים אלה לפני למעלה ממאה וששים שנה.





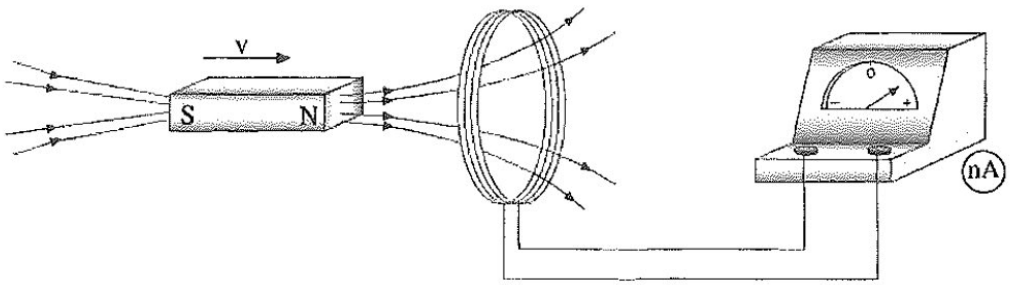
תרשים ח-1

כמה מהמכשירים שבהם השתמש פרדיי, ושתוארו בספרו "Experimental Researches in Electricity"

אנחנו נתאר ניסויים המשחזרים כמה מהניסויים של פרדיי ושל הנרי, אלא שנשתמש בציוד ובכלים המקובלים בעבודה במעבדה ובמחקר בימינו.

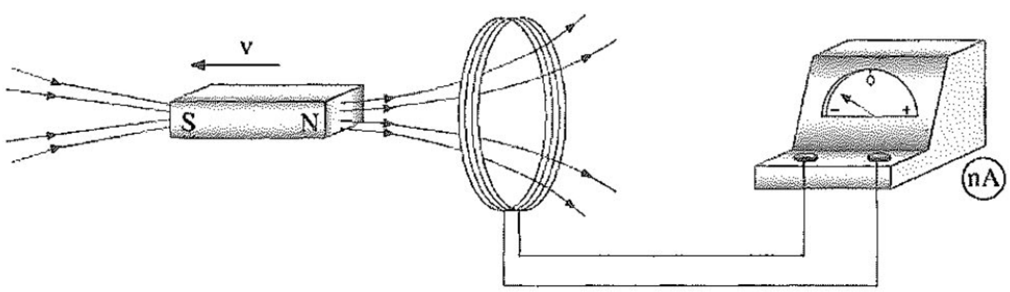
<u>ניסוי 1</u>

(א) בתרשים ח-2 מתואר סליל שהדקיו מחוברים למד זרם רגיש (ננואמפרמטר nA). כשמקרבים מגנט-מוט אל הסליל, סוטה מחוג מד הזרם הרגיש, עובדה המעידה על כך שבסליל זורם זרם חשמלי; זרם זה נקרא "זרם השראה" או "זרם מושרה". סטיית המחוג מתאפסת ברגע שתנועת המגנט נפסקת.



תרשים ח-2

(ב) עתה מרחיקים את המגנט-מוט מן הסליל; מחוג מד הזרם הרגיש סוטה שוב מנקודת האפס שבמרכז הסקאלה, אלא שהפעם סטיית המחוג היא בכיוון הפוך, כלומר שגם כיוון הזרם המושרה בסליל הפוך לכיוונו בחלק (א) של הניסוי (תרשים ח-3). כאמור, כשתנועת המגנט נפסקת, נפסק גם הזרם בסליל.

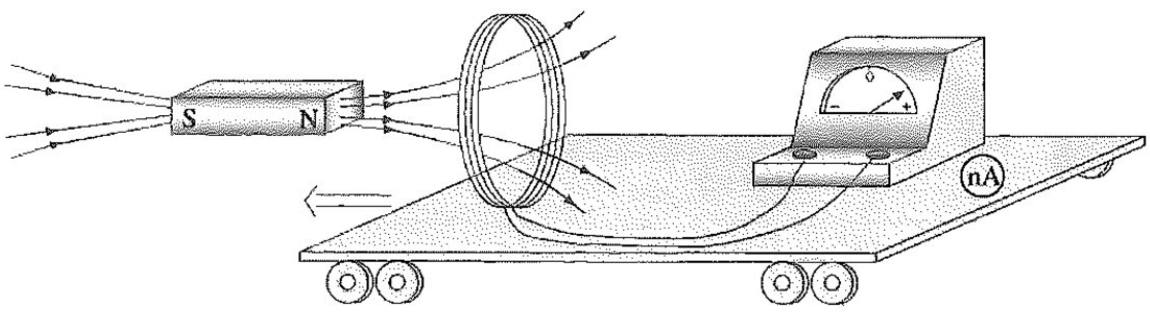


תרשים ח-3

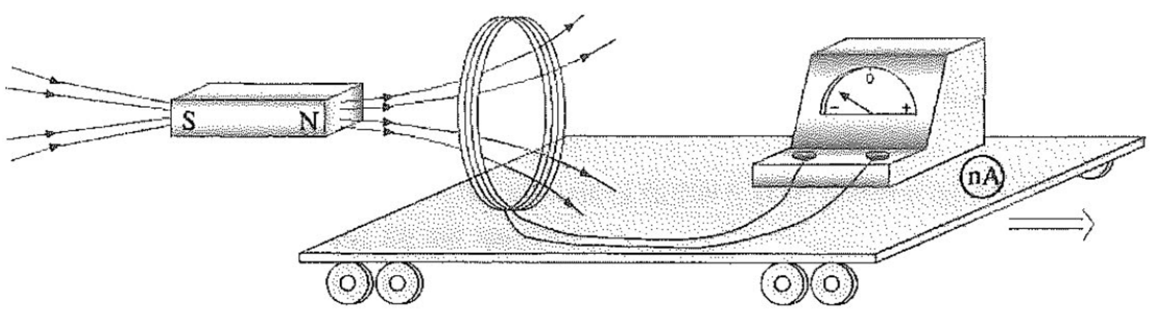
(ג) אם הופכים את המגנט-מוט כך שצידו הדרומי מופנה עתה לעבר הסליל וחוזרים על הניסויים שתוארו קודם, שוב זורמים זרמים חשמליים בסליל, אלא שהפעם כיווני הזרמים מנוגדים לאלה שהיו

בניסויים הקודמים. כיוון הזרם בסליל בעת קירוב הקוטב הדרומי אליו שווה לכיוונו בעת הרחקת הקוטב הצפוני ממנו, ולהיפך.

(ד) אם במקום להניע את המגנט (לעבר הסליל או ממנו והלאה), מניעים את הסליל (לעבר המגנט או ממנו והלאה), זורם זרם מושרה בסליל כל עוד נמשכת תנועת הסליל יחסית למגנט (ראה תרשימים ח-4 ו-ח-5).



תרשים ח-4



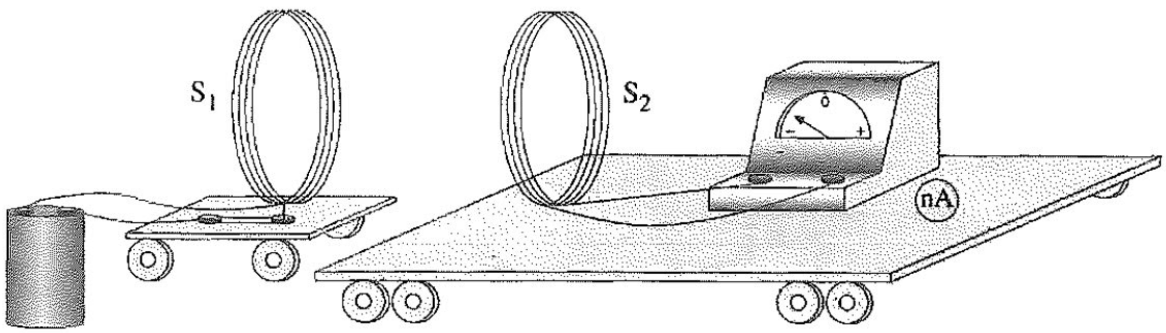
תרשים ח-5

(ה) חוזרים ומבצעים את הניסויים (א) עד (ד) כשמהירות הקירוב או ההרחקה של המגנט-מוט מהסליל גדולה יותר. כתוצאה מכך הסטיות של מחוג מד הזרם הרגיש גדולות יותר.

<u>ניסוי 2</u>

הואיל ואין הבדל עקרוני בין הפעולה המגנטית של מגנט-מוט ובין הפעולה המגנטית של סליל שדרכו זורם זרם חשמלי, אפשר להחליף את המוט המגנטי בו השתמשנו בניסוי 1 בסליל בו זורם זרם חשמלי קבוע, ולבצע באמצעותו סידרת ניסויים דומה לסידרה שתוארה בניסוי 1. אם עושים זאת, נוכחים לדעת שהתוצאות דומות בכל לתוצאות שנתקבלו בניסוי 1.

בתרשים ח-6 מתוארת מערכת שבה סליל אחד (S_1) מחובר למקור מתח קבוע (מקובל לכנות סליל זה בשם "סליל ראשוני"), וסליל שני (S_2) מחובר למד זרם רגיש nA (בדרך כלל מכנים סליל זה בשם "סליל שניוני").



תרשים ח-6

כאשר הסלילים נעים האחד ביחס לשני, מראה מד הזרם הרגיש המחובר לסליל השניוני כי זורם בו זרם מושרה. כיוון זרם זה תלוי בכיוון התנועה היחסית של שני הסלילים (כלומר אם הם מתקרבים זה לזה, או שהם מתרחקים זה מזה), וכן הוא תלוי בכיוון הזרם בסליל הראשוני.

כמו כן מתברר שעוצמת הזרם המושרה גדלה כשמגדילים את המהירות היחסית בין שני הסלילים.

בדומה לניסוי 1, גם בניסוי זה לא נוצר זרם מושרה כאשר שני הסלילים הם במנוחה האחד ביחס לשני.

<u>ניסוי 3</u>

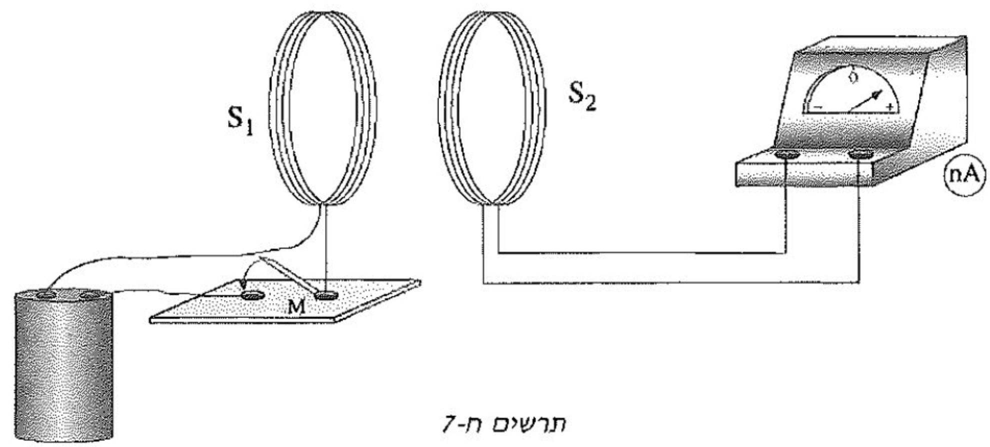
בניסוי זה משתמשים בסלילים ובמעגלים של ניסוי 2, אלא שהפעם הסלילים במנוחה האחד ביחס לשני, ומעגל הסליל הראשוני פתוח.

(א) באמצעות המפסק M סוגרים את מעגל הסליל הראשוני S_1.

כתוצאה מכך, במשך זמן קצר מאוד Δt, גדלה בו עוצמת הזרם החשמלי מאפס לעוצמת זרם קבועה I.

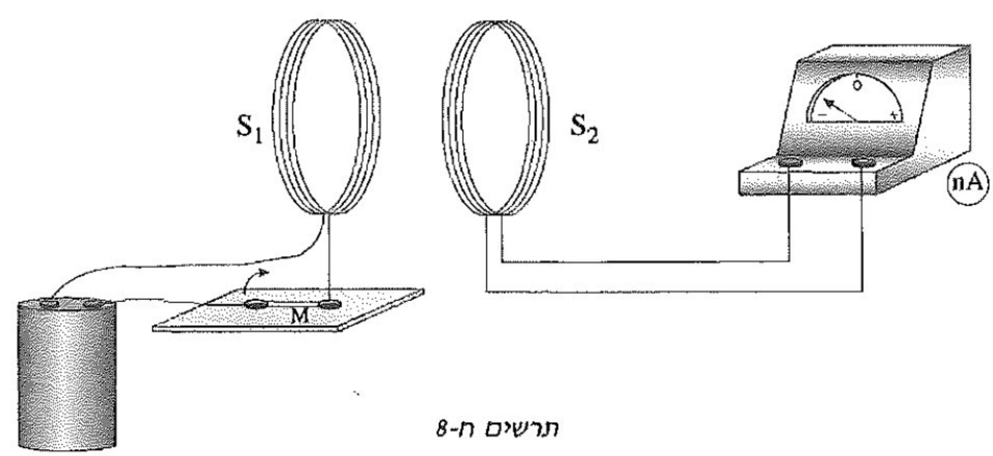
במשך זמן קצר זה רואים שמחוג מד הזרם הרגיש, המצוי במעגל הסליל השניוני S_2, סוטה ממצב האפס שלו (ראה תרשים ח-7).

לאחר מכן, סטיית המחוג חוזרת ומתאפסת. סגירת מעגל הסליל הראשוני גורמת אפוא לכך שזרם מושרה יזרום במשך זמן קצר מאוד במעגל הסליל השניוני.



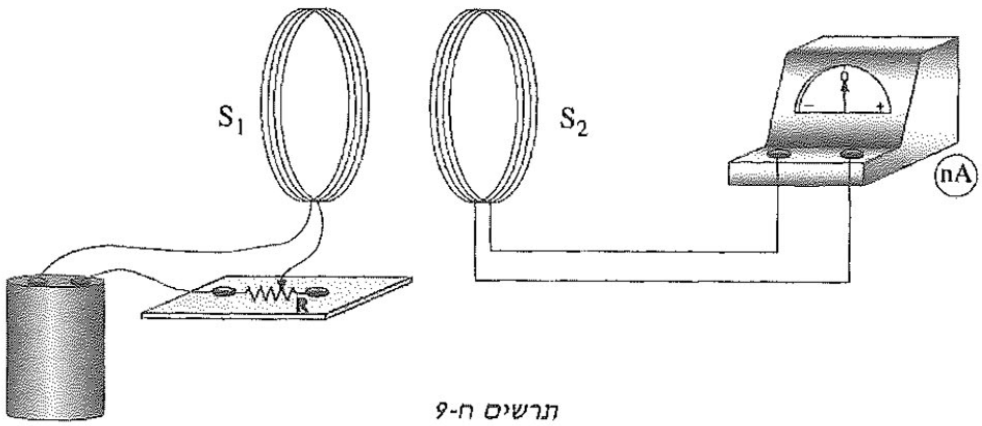
תרשים ח-7

(ב) עתה, באמצעות המפסק M, חוזרים ופותחים את מעגל הסליל הראשוני S_1. ברגע פתיחת מעגל זה רואים שמחוג מד הזרם הרגיש סוטה לזמן קצר ממצב האפס שלו, אלא שכיוון סטיית המחוג הפעם מנוגד לכיוון סטיתו כאשר סגרנו את מעגל הסליל הראשוני (תרשים ח-8).



תרשים ח-8

(ג) למעגל הסליל הראשוני S_1 מוסיפים נגד משתנה (ראוסטט) R, המאפשר לשנות את עוצמת הזרם במעגל זה (תרשים ח-9).



תרשים ח-9

כשמקטינים את התנגדות הנגד המשתנה, גדלה עוצמת הזרם בסליל הראשוני ונוצרת גם סטייה ממצב האפס של מחוג מד הזרם, סטייה שקיימת כל עוד משתנה הזרם במעגל הסליל הראשוני.

אם במקום להקטין את התנגדות הנגד המשתנה מגדילים אותה, עוצמת הזרם בו קטנה במקום לגדול, ועקב כך נוצרת הפעם במד הזרם הרגיש סטיה בכיוון ההפוך.

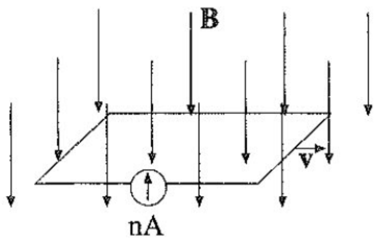
תארנו כמה ניסויים פשוטים המשחזרים חלק מעבודתו של פרדיי. בעזרת ניסויים אלה ודומיהם הוא הצליח לגלות ולחקור את התופעה של "יצירת זרמים חשמליים על ידי שדות מגנטיים", תופעה שכונתה, כאמור, בשם "השראה אלקטרומגנטית".

חשוב לציין כי בניסוייו הראשונים, שנערכו במעגלים חשמליים סגורים המצויים **במנוחה** בתוך שדות מגנטיים חזקים **קבועים**, לא נתגלתה התופעה המבוקשת. רק כאשר שינה את עוצמת השדה המגנטי שבתוכו היה המעגל החשמלי הסגור, או כאשר הזיז חלקים של מעגל זה בתוך השדה המגנטי, גילה פרדיי כי זרם מושרה זורם במעגל.

כזכור, מטענים סטטיים אינם יוצרים שדה מגנטי - שדה זה נוצר ע"י מטענים נעים, כלומר ע"י זרם חשמלי; גם שדות מגנטיים **סטטיים** אינם יוצרים זרם חשמלי מושרה במעגלים הנמצאים **במנוחה** ביחס אליהם.

תגליתו הגדולה של פרדיי היתה כי **זרם מושרה נוצר אך ורק כתוצאה משינוי מקום המעגל ביחס לשדה המגנטי או משינוי עוצמת השדה המגנטי במעגל.**

בסעיפי הפרק הבאים נתאר ונסביר ביתר פירוט ודיוק את גילוייו של פרדיי.

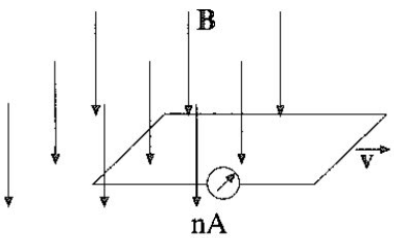


תרשים ח-10

ח-3 שטף מגנטי, כא"מ מושרה וחוק ההשראה של פרדיי

בסעיף הקודם תארנו כמה ניסויים הדומים לניסויים שביצע פרדיי כאשר ניסה לגלות את התופעה של "שדות מגנטיים היוצרים זרמים חשמליים". מניסויים אלה, ומניסויים רבים אחרים שביצע, הוא הסיק את המסקנה החשובה שבמעגל חשמלי סגור יזרום זרם מושרה אם ישתנה **השטף המגנטי** דרך המעגל.

כדי להבין את המשמעות של המושג "שטף מגנטי" בו השתמש פרדיי (נוהגים לסמן שטף מגנטי כך: ϕ_B), מן הראוי שנחזור ונעיין במושג דומה - "שטף חשמלי" - בו עסקנו בהרחבה בפרק ב' (ראה "פרקי חשמל"), וכן שנתייחס לשני ניסויים נוספים, אותם נתאר להלן:



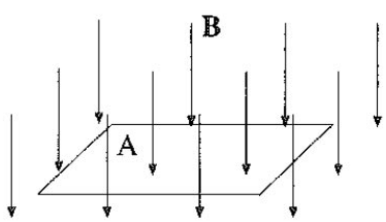
תרשים ח-11

<u>ניסוי 1</u>: תרשים ח-10 מתאר מסגרת של תייל מוליך המחוברת למד זרם רגיש (ננואמפרמטר nA). המסגרת, שמישורה מאונך לשדה המגנטי האחיד **B**, נעה בו במהירות קבועה **v**, כך שכל שטחה נמצא כל הזמן בתוך השדה. מתברר כי מד הזרם הרגיש **אינו מורה** על כל זרם במסגרת.

<u>ניסוי 2</u>: תרשים ח-11 מתאר את אותה מסגרת הנעה שוב במהירות קבועה **v** בתוך אותו שדה מגנטי אחיד **B**, אלא שהיא יוצאת ממנו, ורק חלק ממנה עדיין נמצא בתוך השדה. מתברר שהפעם מד הזרם הרגיש מורה כי במסגרת זורם זרם חשמלי מושרה.

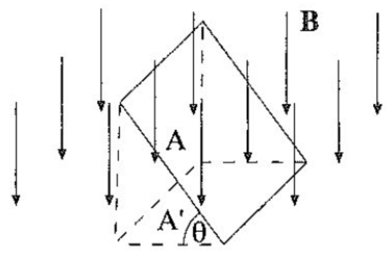
השוני בתוצאות שני הניסויים נובע מכך שבניסוי הראשון לא חל שינוי בשטף המגנטי העובר דרך שטח המסגרת הנעה, בעוד שבניסוי השני השטף המגנטי דרך המסגרת משתנה (בתאור שלנו, עקב תנועת המסגרת, השטף המגנטי דרכה קטֵן עם הזמן).

כדי להבין יותר את המושג "שטף מגנטי", נתייחס תחילה למשטח מישורי ששטחו A מאונך לשדה מגנטי אחיד **B** (תרשים ח-12). השטף המגנטי דרך משטח זה מוגדר כמכפלת העוצמה *B* של השדה המגנטי בשטח המשטח A:



תרשים ח-12

$$\phi_B = B \cdot A$$



תרשים ח-13

כשהמשטח נטוי בזווית כלשהי לשדה המגנטי **B**, כך שקווי השדה אינם מאונכים לו, קטן מספר קווי השדה המגנטי החודרים דרכו וכשהמשטח מקביל לקווי השדה, השטף המגנטי דרכו מתאפס. אם נסמן ב-'A את שטח היטל המשטח על מישור ניצב לקווי השדה, ישווה השטף המגנטי דרך המשטח לשטף המגנטי דרך היטלו, כלומר ישווה למכפלה של B ב-'A (תרשים ח-13).

לפיכך, אם מישור המשטח נטוי בזווית θ למישור הניצב לקווי השדה המגנטי **B**, השטף המגנטי דרך המשטח יהיה: $\phi_B = BA' = BA\cos\theta$

ברור אפוא כי כאשר $\theta = 0$, $\phi_B = BA$, וכאשר $\theta = 90°$, $\phi_B = 0$.

הרחבה והעמקה

חישוב השטף המגנטי כשהשדה איננו אחיד

אם השדה המגנטי **B** איננו אחיד, נוכל לחשב את השטף המגנטי ϕ_B דרך משטח המצוי בשדה ע"י כך שנחלק אותו להרבה אלמנטי שטח קטנים, ΔA_i, באופן שניתן יהיה להניח כי בכל אלמנט שטח קטן השדה המגנטי קבוע. מכפלת עוצמת השדה המגנטי B_i ב-$\Delta A'_i$, שהוא ההיטל של ΔA_i על מישור הניצב לשדה, נותנת את השטף המגנטי $\Delta\phi_B$ דרך אלמנט שטח קטן זה. השטף הכולל הוא סכום כל השטפים דרך כל אלמנטי השטח:

$$\phi_B = B_1\Delta A'_1 + B_2\Delta A'_2 + \ldots + B_n\Delta A'_n =$$
$$= B_1\Delta A_1\cos\theta_1 + B_2\Delta A_2\cos\theta_2 + \ldots + B_n\Delta A_n\cos\theta_n =$$
$$= \sum_{i=1}^{n} B_i\Delta A_i\cos\theta_i$$

θ_i היא הזווית בין אלמנט השטח ΔA_i ובין מישור הניצב לשדה המגנטי $\mathbf{B}_i$. אם נוסיף ונקטין את אלמנטי השטח ΔA_i יותר ויותר (ועקב כך נגדיל את מספרם) נקבל לבסוף:

$$\phi_B = \int_{A'} B\,dA' = \int_A B\cos\theta\,dA$$

נוכל לרשום זאת גם בכתיב וקטורי מקוצר של "מכפלה סקלרית של וקטורים" (לשם השוואה - ראה הכתוב על השטף ϕ_E של שדה חשמלי, "פרקי חשמל", פרק ב'):

$$\boxed{\phi_B = \int_A \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}}$$

עתה, אחרי שהבנו את המשמעות של המושג ״שטף מגנטי״, נוכל לרשום כך את המסקנה מהניסויים שתארנו:

במעגל סגור שבו משתנה השטף המגנטי, זורם זרם חשמלי מושרה.

עד כה דנו **בזרמים** חשמליים מושרים הנוצרים במעגלים סגורים עקב שינוי השטף המגנטי דרכם. בפרק ד׳ (ראה ״פרקי חשמל״) למדנו כי במעגל סגור שבו זורם זרם חשמלי עמיד מצוי מקור כא״מ, כמו סוללה, למשל. נשאלת אפוא השאלה האם לא נכון יותר לומר כי במעגל חשמלי סגור שבו משתנה השטף המגנטי נוצר **כא״מ מושרה**, וכא״מ זה הוא הגורם לכך שבמעגל יזרום זרם מושרה?
כדי לענות על שאלה זו נחזור ונבצע את הניסויים שתארנו בסעיף ח׳-2, כאשר במעגל שבו נוצר הזרם המושרה (המעגל עם הסליל ״השניוני״) נשנה מדי פעם את ההתנגדות; נוכל לעשות זאת בעזרת תיבת נגדים שנצרף למעגל.
מתוצאות ניסויים כאלה מתברר כי הזרם המושרה שנוצר במעגל תלוי בהתנגדותו: ככל שהתנגדות המעגל (R) גדלה, עוצמת הזרם המושרה בו (I) קטנה, אולם המכפלה IR נשארת קבועה, אם קצב שינוי השטף המגנטי דרך המעגל אינו משתנה. מעובדה זאת (ומעובדות נוספות שנדון בהן בהמשך) ניתן להסיק את המסקנה החשובה:
שינוי שטף מגנטי במעגל סגור יוצר בו כא״מ מושרה, והכא״מ המושרה גורם לכך שבמעגל יזרום זרם מושרה.
יתר על כן, בהמשך ניווכח כי כא״מ מושרה יכול להיווצר גם במעגל פתוח. (ראה בעיה שניה בעמ׳ 96).
אחרי שדנו בהרחבה בצד האיכותי של תופעת ההשראה האלקטרומגנטית, עלינו להתייחס גם לצידה הכמותי.

?

בניסוי 1ה׳ שתואר בסעיף ח-2, כיצד משפיעה הגדלת המהירות של תנועת המגנט-מוט על קצב שינוי השטף המגנטי דרך הסליל?

עלינו לבדוק כיצד **ובאיזו מידה** משפיע **קצב השינוי** של השטף המגנטי על הכא״מ המושרה, ובעקבותיו - כשמדובר במעגל סגור - על עוצמת הזרם המושרה. נוכל לעשות זאת ע״י עריכת מדידות מדויקות

בניסויים שאותם תארנו, או בניסויים דומים, אך נוכל גם להסתמך על עבודתו של פרדיי, שביצע מדידות כאלה ביסודיות רבה וניסח כך את מסקנותיו:

הכא״מ המושרה במעגל חשמלי סגור פרופורציוני לקצב שינוי השטף המגנטי דרך המעגל.

זהו אחד הניסוחים של חוק ההשראה של פרדיי.
בדרך כלל מקובל לרשום את חוק ההשראה של פרדיי בכתיב מתמטי.
כאשר השטף המגנטי במעגל משתנה בקצב קבוע, נוכל לבטא את החוק בצורה זאת:

$$\varepsilon = C\,\frac{\Delta\phi_B}{\Delta t} \quad \text{או} \quad \varepsilon \propto \frac{\Delta\phi_B}{\Delta t}$$

ε הוא הכא״מ המושרה, $\frac{\Delta\phi_B}{\Delta t}$ מבטא את הקצב הקבוע של שינוי השטף המגנטי, ו-C הוא מקדם פרופורציה. בדיקה פשוטה של יחידות הגדלים הפיסיקליים בנוסחה מראה כי C הוא מספר טהור, כלומר חסר יחידות.

בדוק את היחידות של קצב שינוי השטף המגנטי לפי הזמן, והראה שהן שוות ליחידות הכא״מ המושרה.

במעגל פשוט, שבו קיימת כריכת תייל בודדת, אנו למדים מהניסוי שערכו של C הוא $C = -1$, כלומר:

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\phi_B}{\Delta t} \qquad \text{(ח-1)}$$

המשמעות הפיסיקלית של הסימן ״מינוס״ תובהר בסעיף הבא.
אם המעגל שבו משתנה השטף המגנטי מורכב מ-n כריכות של תייל (סליל), יווצר בכל כריכה כא״מ מושרה המתווסף לכא״מ המושרה שנוצר בכריכה הבאה, המחוברת אליה בטור, ולכן הכא״מ המושרה הכולל בכל n הכריכות יחד יהיה:

$$\varepsilon = -n\,\frac{\Delta\phi_B}{\Delta t} \qquad \text{(ח-1')}$$

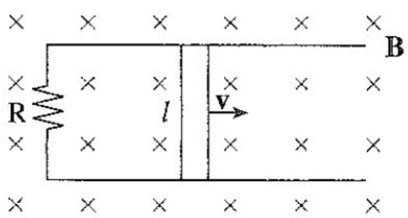
במקרים שבהם קצב השינוי של השטף המגנטי אינו קבוע בזמן, עלינו להתייחס לכא"מ המושרה **הרגעי** שנוצר במעגל; כא"מ זה נתון על ידי הנוסחה:

$$\boxed{\varepsilon = -n\frac{d\phi_B}{dt}} \qquad \text{"(ח-1)"}$$

כאשר $\frac{d\phi_B}{dt}$ מבטא את הקצב **הרגעי** של שינוי השטף. זהו הניסוח המתמטי **הכללי** של חוק ההשראה של פרדיי.

עתה, כדי ללמוד להשתמש בחוק ההשראה, וכדי להבין את המנגנונים היוצרים כא"מ מושרה במעגל, נדון בפתרון כמה בעיות לדוגמה. מכיון שבמשמעות הסימן מינוס בנוסחת חוק ההשראה נדון רק בסעיף הבא של הפרק, נתעלם ממנו בינתיים, ונתייחס רק לערך המוחלט של הכא"מ המושרה.

בעייה ראשונה:



תרשים ח-14

תרשים ח-14 מתאר מעגל חשמלי המורכב ממוט מוליך שאורכו l היכול להחליק ללא חיכוך לאורך שני פסים מתכתיים המחוברים לנגד R. שדה מגנטי אחיד **B** מאונך למישור המעגל ומכוון לתוכו, כמתואר בתרשים. המוט המוליך והפסים המתכתיים הם בעלי התנגדות חשמלית זניחה.

מניעים את המוט ימינה במהירות קבועה **v** לאורך הפסים המתכתיים. כתוצאה מכך:

(א) מהו הכא"מ המושרה במעגל?

(ב) מהו הזרם החשמלי I (עוצמה וכיוון) הזורם במעגל?

(ג) האם, כדי שהמוט המוליך ינוע במהירות קבועה ימינה, יש להפעיל עליו כוח חיצוני? אם לא - מדוע, ואם כן - מה גודלו ומה כיוונו של כוח זה?

<u>זכור</u>: תנועת המוט לאורך הפסים המוליכים היא ללא חיכוך.

פתרון

(א) במשך זמן Δt, כתוצאה מתנועתו של המוט המוליך ימינה במהירות קבועה v, שטח המעגל שדרכו חודר השדה המגנטי גדל ב-ΔA, ומתקיים: $\Delta A = l v\,\Delta t$. בפרק זמן זה השטף המגנטי במעגל גדל ב-$\Delta\phi_B$, כאשר: $\Delta\phi_B = B\cdot\Delta A = Blv\Delta t$.

קצב גידול השטף המגנטי דרך המעגל יהיה אפוא:

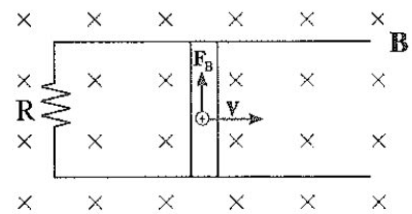
$$\frac{\Delta\phi_B}{\Delta t} = Blv$$

לפי חוק ההשראה של פרדיי, זהו הערך המוחלט של הכא"מ המושרה במעגל; כלומר:

$$|\varepsilon| = \frac{\Delta\phi_B}{\Delta t} = Bl\,v$$

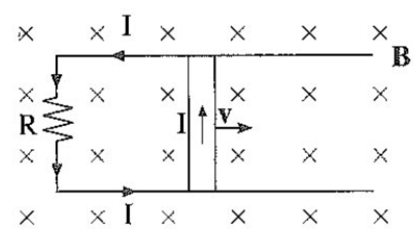
(ב) קל לענות על השאלה מה עוצמת הזרם במעגל, שהרי כבר ידוע לנו כי במעגל נוצר כא"מ מושרה Blv, לכן עוצמת הזרם בו היא:

$$I = \frac{Blv}{R}$$



תרשים ח-15

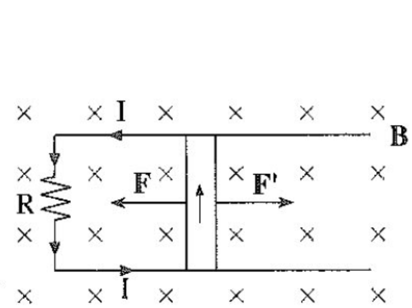
כדי לקבוע מה כיוון הזרם החשמלי המושרה במעגל, עלינו להתייחס למטענים החופשיים המצויים במוט המוליך והמשתתפים איתו בתנועתו ימינה. עקב תנועתם זו בשדה המגנטי האחיד המכוון פנימה, פועל על כל אחד מהם כוח מגנטי $\mathbf{F_B}$ (בקשר לכוח זה, קרא "הרחבה והעמקה" בהמשך), ובהנחה שהם מטענים חיוביים*, הוא גורם לכך שהם יוסטו בתוך המוט לאורכו (ראה תרשים ח-15). תנועת המטענים החופשיים במוט מהווה זרם חשמלי I הזורם בו. מכיון שבמצב העמיד הזרם ביתר חלקי המעגל חייב לשוות בעוצמתו ובכיוונו לזרם במוט, נוכל להסיק מכך שבמעגל בו אנו דנים, הזרם החשמלי I זורם במגמה הפוכה למגמת סיבובם של מחוגי השעון (ראה תרשים ח-16).



תרשים ח-16

(ג) מכיון שבמוט המוליך, הנע במאונך לשדה המגנטי האחיד $\mathbf{B}$, זורם זרם חשמלי קבוע I בכיוון המתואר בתרשים ח-16, פועל עליו כוח אלקטרומגנטי שגודלו $F = B\,Il$ נגד כיוון תנועתו (ראה פרק ו'). לפיכך, כדי שהמוט ימשיך לנוע במהירותו הקבועה $\mathbf{v}$, צריכים להפעיל עליו כוח חיצוני $\mathbf{F'}$ בכיוון התנועה, וכשיתקיים $F' = F = B\,Il$ (תרשים ח-17), יתאפס שקול הכוחות הפועלים על המוט, והוא ימשיך לנוע בתנועתו הקצובה. מעובדה זו נובעת מסקנה חשובה: אם הכוח $\mathbf{F'}$ דוחף את המוט במשך זמן Δt, הוא מבצע עבודה:

$$W' = F'\Delta X = F'v\,\Delta t = B\,Il\,v\Delta t = \varepsilon I\Delta t$$



תרשים ח-17

עבודה זו היא מקור האנרגיה החשמלית במעגל.

* אעפ"י שכידוע, המטענים החופשיים במוליך מתכתי הם אלקטרונים, כלומר מטענים שליליים, אין בקביעתנו השרירותית כדי לפגוע במסקנות הפיסיקליות של דיונינו, והיא נוחה יותר בגלל הקביעה המקובלת לגבי כיוון הזרם במעגל חשמלי.

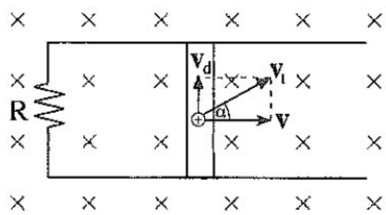
הרחבה והעמקה

עוד על הכוח שיש להפעיל על מוט מוליך שנע במהירות קבועה לאורך פסים מתכתיים, במאונך לשדה מגנטי אחיד

נחזור ונדון ביתר העמקה בבעייה שפתרנו זה עתה.

כל מטען חופשי q בתוך המוט המוליך אשר נע במאונך לשדה המגנטי האחיד B נע **יחד עם המוט** במהירות קבועה יחסית לצופה הנמצא במנוחה במעבדה. היות ומטען זה הוא אחד המטענים החופשיים אשר תנועתם מהווה את הזרם החשמלי I במעגל, הוא נע גם **לאורך המוט** במהירות סחיפה ממוצעת קבועה $\mathbf{v}_d$ (ראה "פרקי חשמל", פרק ד'). למטען החופשי בתוך המוט ישנה איפוא מהירות שקולה $\mathbf{v}_t$ יחסית לצופה, כאשר:

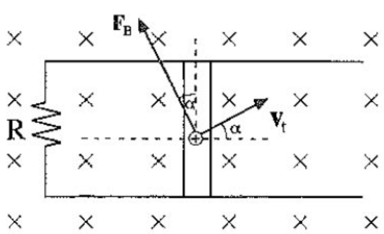
$$\mathbf{v}_t = \mathbf{v} + \mathbf{v}_d$$ (תרשים ח-18)



תרשים ח-18

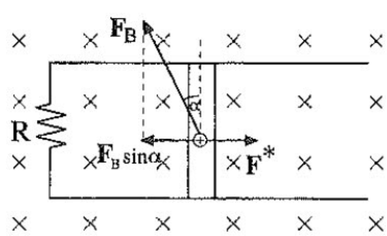
המטען החופשי נע בשדה המגנטי האחיד **B**, לכן פועל עליו כוח מגנטי $\mathbf{F}_B$ שכיוונו ניצב לכיוון המהירות השקולה $\mathbf{v}_t$ ולכיוון השדה המגנטי **B** (ראה תרשים ח-19). עוצמת הכוח היא:

$$F_B = qv_tB$$



תרשים ח-19

לכוח המגנטי הפועל על המטען החופשי במוט רכיב $F_B \sin\alpha$ שכיוונו מנוגד לכיוון תנועת המוט. אולם המטען החופשי נע עם המוט במהירות קבועה **v**, משמע שהמוט מפעיל על המטען החופשי "כוח מאלץ" **F*** שעוצמתו שווה ל- $F_B \sin\alpha$, וכיוונו ככיוון תנועת המוט (תרשים ח-20).



תרשים ח-20

לגבי כוח זה נוכל לרשום:

$$F^* = F_B \sin\alpha = qv_t B \sin\alpha = qv_d B$$

מפרק ד' אנו יודעים כי $I = nqAv_d$,

כלומר
$$v_d = \frac{I}{n\,qA}$$

לכן:
$$F^* = F_B\sin\alpha = qB\frac{I}{nqA}$$

כוח זה, שהמוט מפעיל על המטען החופשי המצוי בתוכו, גורם לכך שהמטען החופשי ינוע יחד עם המוט במהירות קבועה **v**.

?

א. האם פועלים כוחות נוספים על המטען החופשי q, שנע עם המוט במהירות קבועה **v**, ולאורך המוט במהירות סחיפה $\mathbf{v}_d$?

(**זכור**: במעגל זורם זרם חשמלי קבוע I, לכן מהירות הסחיפה של המטען החופשי לאורך המוט קבועה אף היא!)

ב. ערוך תרשים של כל הכוחות הפועלים על המטען החופשי בתוך המוט הנע.

נמק את תשובותיך.

עד כה דנו בכוחות הפועלים על **אחד** המטענים החופשיים המצויים במוט המוליך הנע. כידוע, בתוך המוט שאורכו l ושטח חתכו A מצויים nAl מטענים חופשיים (כאשר n הוא מספר המטענים החופשיים ביחידת נפח של המוט). על כל אחד מהם מפעיל המוט "כוח מאלץ" $F^* = F_B\sin\alpha$, לכן הכוח המאלץ הכולל F' שהמוט מפעיל על **כל** המטענים החופשיים המצויים בתוכו, והנעים יחד איתו, הוא:

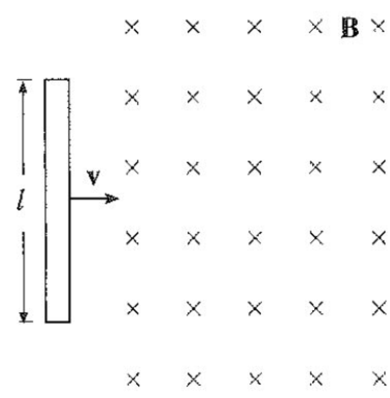
$$F' = (nAl)\,F^* = (nAl)qB\frac{I}{nqA} = BIl$$

זהו גם הכוח החיצוני שיש להפעיל על המוט המוליך שאורכו l, כדי שינוע בתנועה קצובה במאונך לשדה המגנטי האחיד **B**, ויזרום בו ובמעגל, שהוא חלק ממנו, זרם חשמלי קבוע שעוצמתו I.

בעייה שניה:

מוליך ישר לא טעון שאורכו l נע במהירות קבועה **v** לעבר אזור שבו קיים שדה מגנטי אחיד **B**. המוליך, מהירותו, והשדה המגנטי מאונכים זה לזה (תרשים ח-21).

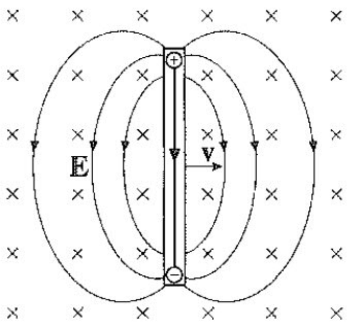
ברגע מסויים חודר המוליך לתוך השדה המגנטי וממשיך לנוע בו. האם יחולו שינויים כלשהם במוליך ובמהירות תנועתו עקב חדירתו לשדה המגנטי? תאר והסבר.



תרשים ח-21

פתרון

(א) במוליך מצויים "מטענים חופשיים", אשר בהיותם חלק מהמוליך, נעים יחד איתו במאונך לשדה המגנטי **B**. על כל אחד מהם פועל כוח מגנטי, הדוחף אותו לאורך המוליך, וכתוצאה מכך מצטבר עודף של מטענים חיוביים בקצהו האחד, ועודף של מטענים שליליים בקצהו השני. תנועת המוליך בשדה המגנטי גורמת אפוא להפרדת



תרשים ח-22

מטענים בתוכו - היא יוצרת בו קיטוב חשמלי. הקיטוב במוליך יוצר בו ובסביבתו שדה חשמלי **E** (תרשים ח-22). המפעיל על המטענים החופשיים כוח נגדי לכוח שגרם להיווצרות הקיטוב.
זמן קצר אחרי חדירת המוליך לתוך השדה המגנטי, כאשר הקיטוב החשמלי בו גדל במידה מספקת, נוצר מצב של "שיווי משקל": הכוח החשמלי על כל מטען חופשי במוליך משתווה לכוח המגנטי. במצב זה שקול הכוחות הפועלים על המטענים החופשיים במוליך מתאפס, ותנועתם לאורכו נפסקת.
לפיכך, השינוי במוליך עקב תנועתו בשדה המגנטי הוא קיטובו, כלומר הפרדת המטענים החשמליים בתוכו. במוליך נוצר כא"מ מושרה, כא"מ שקיים בו כל עוד נמשכת תנועתו; מוליך הנע בשדה מגנטי מהווה אפוא מעין "סוללה".

הסבר טענה זאת.

(ב) במשך הזמן הקצר מאוד מהרגע שבו המוליך חודר לתוך השדה המגנטי, ועד לרגע שבו נוצר שיווי המשקל בין הכוחות החשמלי והמגנטי הפועלים על המטענים החופשיים שבתוכו, קיימת במוליך תנועת מטענים, כלומר זורם בו "זרם חשמלי חולף". על זרם זה, המאונך לשדה המגנטי, מפעיל השדה כוח מְעַכֵּב - כוח שכיוונו מנוגד לכיוון תנועת המוליך.

הראה שהכוח שהשדה המגנטי מפעיל על המוליך בו זורם הזרם החולף הוא אמנם כוח מעכב.

כאשר נוצר מצב שיווי המשקל בין הכוחות הפועלים על המטענים החופשיים, נפסק הזרם החשמלי במוליך, והכוח המעכב הפועל עליו מתאפס. מרגע זה ואילך, המוליך המקוטב ממשיך לנוע במהירות קבועה **'v** במאונך לשדה המגנטי, אולם מכיון שפעל עליו כוח מעכב, מהירות זו קטנה ממהירותו ההתחלתית, **v**. כתוצאה מכך קְטֵנָה גם האנרגיה הקינטית של המוליך, והפחת באנרגיה הקינטית הוא מקור האנרגיה הדרוש כדי ליצור את הכא"מ המושרה.

(ג) כדי לחשב את הכא"מ המושרה במוליך הנע במאונך לשדה המגנטי האחיד, נסתמך על שיווי המשקל הקיים בו בין הכוח החשמלי לבין הכוח המגנטי. לגבי כל מטען חופשי q במוליך אפשר לרשום את המשוואה $q\mathbf{E} = q(\mathbf{v}\times\mathbf{B})$, כלומר $E = vB$. השדה האלקטרוסטטי **E**, שנוצר במוליך עקב הפרדת המטענים החשמליים בתוכו, הוא שדה אחיד הפועל לאורך המוליך **(מדוע?)**. מהגדרת המושג כא"מ (ראה "פרקי חשמל" פרק ד') נובע שהכא"מ המושרה במוליך הנע מבוטא ע"י הנוסחה

$$\varepsilon = El = vBl$$

זהו כא"מ שנוצר בכל מוליך ישר שאורכו l הנע במהירות v במאונך לשדה מגנטי אחיד שעוצמתו B .

?

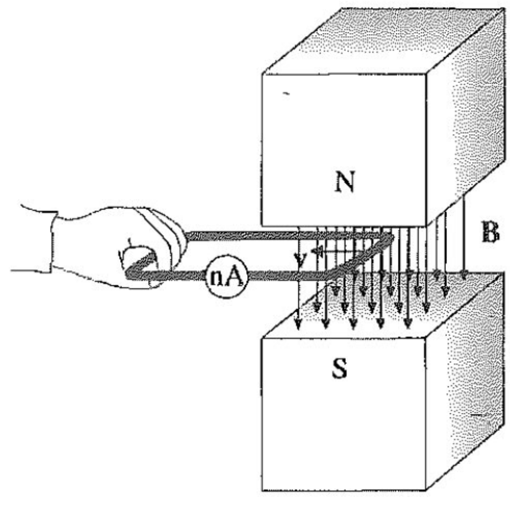
(א) מה הכא"מ המושרה שנוצר בין קצות מוליך ישר שאורכו l הנע במהירות **v** היוצרת זווית φ עם שדה מגנטי אחיד **B** ($0^\circ<\varphi<90^\circ$)?

(ב) מוליך ישר הנע במהירות **v** במאונך לשדה מגנטי אחיד **B** יוצא ברגע מסוים מתוך השדה.
האם, כתוצאה מכך, יחולו שינויים כלשהם במוליך ובמהירות תנועתו? תאר והסבר.

בעייה שלישית:

(א) מסגרת מלבנית מוליכה ובה מד זרם רגיש nA מהווה מעגל חשמלי סגור. המסגרת, שנעה בתוך שדה מגנטי אחיד **B** במהירות קבועה **v** במאונך לשדה, מתחילה לצאת מהשדה, כמתואר בתרשים ח-23.
האם יווצר במסגרת כא"מ מושרה ויזרום בה זרם מושרה? נמק.

(ב) במקום לגרור את המסגרת המלבנית המוליכה, המהווה מעגל חשמלי סגור, במהירות **v** החוצה מהשדה המגנטי האחיד **B**, גוררים את השדה המגנטי **B** במהירות **v** במאונך לאותה מסגרת (תרשים ח-24). כיצד ניתן לבצע זאת? נתאר לעצמנו כי המגנט היוצר את השדה המגנטי מושם על גבי עגלה הנוסעת במהירות **v** יחסית למסגרת, כאשר את המסגרת מחזיקים במנוחה ביחס לאדמה.
האם יווצר במסגרת כא"מ מושרה ויזרום בה זרם מושרה? נמק.

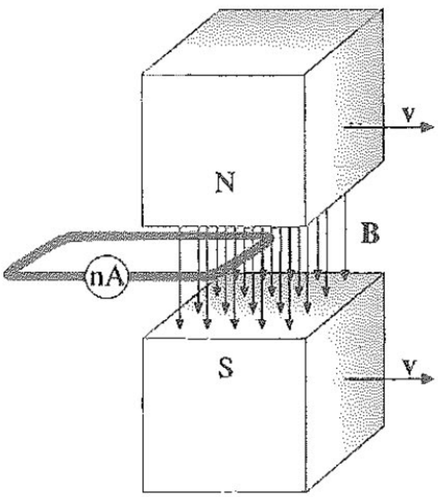


תרשים ח-23

פתרון:

(א) עקב תנועת המסגרת המוליכה, יוצא חלק משטחה מהתחום שבו פועל השדה המגנטי, לכן קטן השטף המגנטי דרכה ונוצר בה, כמובן, כא"מ מושרה.

מנגנון יצירת הכא״מ המושרה במסגרת דומה למנגנון יצירת הכא״מ המושרה במעגל שבו דנו בבעייה הראשונה. בשני המקרים הכא״מ המושרה נוצר כתוצאה מפעולת כוחות מגנטיים וכוחות ״מאלצים״ על מטענים חופשיים במוליכים הנעים בשדה המגנטי. לכן קוראים לו ״כא״מ מושרה תנועתי״.



תרשים ח-24

(ב) גם במקרה זה, שבו המסגרת המוליכה נמצאת במנוחה ביחס לאדמה והשדה המגנטי נע ביחס אליה, משתנה השטף המגנטי דרך המסגרת ובהתאם לחוק ההשראה, נוצר בה כא״מ מושרה.
אולם הפעם, כדי להסביר את מנגנון יצירת הכא״מ המושרה, נוח להתייחס לאירוע מנקודת מבטו של צופה הנמצא על העגלה, והנע יחד איתה ועם המגנט יחסית לאדמה ויחסית למסגרת המוליכה. לגבי צופה זה, המסגרת המוליכה נעה שמאלה (ראה תרשים ח-24), על המטענים החופשיים שבה פועלים כוחות מגנטיים וכוחות מאלצים, ואלה גורמים לכך שבמסגרת יווצר כא״מ מושרה.

מכיון שבשני המקרים, (א) ו-(ב), המסגרת מהווה מעגל חשמלי סגור, יזרום בה כמובן זרם חשמלי מושרה.

גודל הכא״מ המושרה, ובעקבותיו - עוצמת הזרם המושרה, תלוים **במהירות היחסית** בין השדה המגנטי ובין המעגל החשמלי. **מדוע?**



1. ננסה לסכם את מה שניתן ללמוד מפתרון הבעיות הראשונה והשלישית:

(א) כאשר השטף המגנטי דרך מעגל חשמלי משתנה - כתוצאה מתנועת המעגל כולו, או כתוצאה מתנועת חלק ממנו בשדה מגנטי - פועלים על מטענים חופשיים במעגל כוחות מגנטיים וכוחות ״מאלצים״ הגורמים להפרדת מטענים.

(ב) המטענים שהופרדו יוצרים שדה אלקטרוסטטי, שהוא, כידוע, שדה משמר, לכן נוצרים הפרשי פוטנציאל בין נקודות שונות במעגל.

(ג) עקב פעולת הכוחות המגנטיים והכוחות ״המאלצים״, חלק מהמטענים החופשיים במעגל נעים **נגד** הכוחות האלקטרוסטטיים הפועלים עליהם, כלומר קיים המנגנון הדרוש ליצירת כא״מ (ראה ״פרקי חשמל״, פרק ד׳).

(ד) כדי שהכוחות ״המאלצים״ יפעלו על מטענים חופשיים

במעגל בעוצמה קבועה לאורך זמן, יש להפעיל על המעגל (או על חלק ממנו) כוחות חיצוניים מתאימים.

(ה) העבודה המתבצעת על ידי הכוחות החיצוניים היא מקור האנרגיה לכא"מ המושרה שנוצר במעגל (בקשר לכך, חזור וקרא את ההרחבה וההעמקה המובאת אחרי פתרון הבעיה הראשונה).

2. מפתרון הבעייה השניה ניתן ללמוד כי כא"מ מושרה כתוצאה מתנועה בשדה מגנטי יכול להיווצר גם במוליך בודד, שאיננו חלק ממעגל; במקרה כזה אין כמובן משמעות למושג "שינוי שטף מגנטי במעגל".

הרחבה והעמקה

תופעות חשמליות ומגנטיות ומערכות ייחוס

בפתרון החלק השני של הבעייה השלישית נאמר שנוח יותר להתייחס לאירוע מנקודת ראותו של צופה הנמצא על העגלה, ונע יחד איתה ועם המגנט שעליה יחסית לאדמה ולמסגרת המוליכה.

לעומת זאת, בפתרון החלק הראשון של אותה בעייה, וכן בפתרון הבעיות הראשונה והשניה, התייחסנו לאירועים מנקודת ראותו של צופה הנמצא במנוחה במעבדה, או על פני כדור הארץ.

מכיון שבמכניקה למדנו שעקרון היחסות של גליליאו גלילי מבטיח כי "חוקי הטבע זהים בכל מערכות הייחוס האינרציאליות" (ראה "מכניקה ניוטונית" - עדי רוזן וזאב קרקובר, כרך א', עמוד 230), מעניין לבדוק כיצד ניתן לפתור את החלק השני של הבעייה השלישית גם מנקודת הראות של צופה שאיננו נע עם המגנט ועם השדה המגנטי שלו.

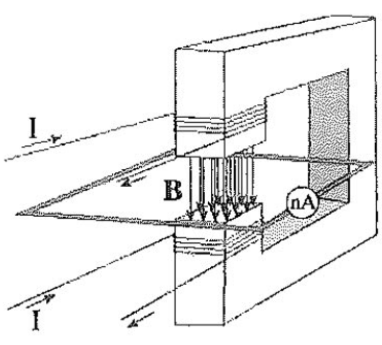
ברור שצופה זה, הנמצא במנוחה יחסית למעבדה ולכן גם יחסית למסגרת המוליכה, יגלה שהתנועה במהירות **v** של המגנט יחד עם השדה המגנטי שלו **B** יחסית למסגרת המוליכה, גורמת להיווצרות כא"מ מושרה ε במסגרת, ועקב כך - לזרימת זרם חשמלי מושרה בתוכה. אולם נשאלת השאלה מהו לגביו המנגנון אשר לפיו נוצר הכא"מ המושרה? כוח מגנטי אינו יכול להיות הגורם לכך, כי במערכת של הצופה בו אנו דנים, מהירות המטענים החופשיים במסגרת מתאפסת ויחד איתה מתאפס גם הכוח המגנטי. משמע שהכוח הדוחף את המטענים החופשיים במסגרת, והגורם לכך

שיזרום בה זרם חשמלי מושרה, חייב להיות **כוח חשמלי**. אם כן, מה מקורו של כוח זה, או, במילים אחרות, מה גורם להיווצרות השדה החשמלי המפעיל אותו?
מתברר כי מנקודת ראותו של הצופה הנח במעבדה, **השדה המגנטי** של המגנט המוסע על גבי העגלה במהירות v יחסית אליו, **הוא היוצר של השדה החשמלי בו אנו דנים!**
עובדה זאת, הנראית אולי בלתי צפויה, אינה צריכה בעצם להפתיע אותנו, כי קיימת גם התופעה "ההפוכה": כאשר מטען חשמלי נע, השדה החשמלי שלו נע יחד איתו; כידוע, מטען נע מהווה זרם חשמלי, וזה יוצר בסביבתו שדה מגנטי. מה, אם כן, הפלא בכך שגם שדה מגנטי נע יוצר בסביבתו שדה חשמלי?
לפנינו עובדות השופכות אור חדש על היחס בין שדות חשמליים ובין שדות מגנטיים. עד כה התייחסנו אל שדות אלה כאל שדות נפרדים שיש להם תכונה משותפת - הם מפעילים (או עשויים להפעיל) על חלקיקים טעונים כוחות שהם פרופורציוניים למטעני החלקיקים.
עתה אנו רואים כי היחס והקשר בין השדות החשמליים והמגנטיים הוא הרבה יותר משמעותי. מה שמנקודת ראותו של צופה במערכת ייחוס אחת נראה כשדה מגנטי המפעיל על חלקיק טעון כוח מגנטי, עשוי מנקודת ראותו של צופה במערכת אחרת להראות כשדה חשמלי המפעיל על חלקיק טעון כוח חשמלי.
מסתבר אפוא שקיים קשר הדוק בין השדות החשמליים והמגנטיים; במובן מסוים אפשר לראותם כשתי פנים של אותו מטבע, ואנחנו עוד נתייחס לכך, בהמשך.

נעבור עתה לבעייה נוספת ולפתרונה.

בעייה רביעית:

מסגרת מוליכה שבה מצוי מד זרם רגיש (ננואמפרמטר nA) נמצאת בשדה המגנטי **B** שנוצר ע"י זרם חשמלי I הזורם בסלילי אלקטרומגנט (תרשים ח-25). ברגע מסויים משתנה הזרם החשמלי בסלילי האלקטרומגנט. האם יווצרו, כתוצאה מכך, כא"מ מושרה וזרם מושרה במסגרת המוליכה? הסבר.



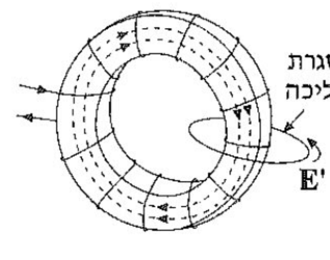
תרשים ח-25

פתרון

שינוי הזרם החשמלי בסלילי האלקטרומגנט מלווה בשינוי השדה

המגנטי שלו, כלומר ישתנה השטף המגנטי דרך המסגרת המוליכה. לפיכך, על סמך חוק ההשראה, יווצר כא״מ מושרה במסגרת המוליכה וגם יזרום בה זרם מושרה; מד הזרם הרגיש מאשר זאת.

מתעוררת השאלה מהו במקרה זה המנגנון הפיסיקלי היוצר את הכא״מ המושרה אשר מזרים במעגל המסגרת את הזרם המושרה? מכיון שאת הניסוי אפשר לבצע באופן שכל המטענים החופשיים במסגרת המוליכה יהיו מחוץ לאזור שבו משתנה השדה המגנטי (תרשים ח-26)*, לא יתכן שתנועת המטענים החופשיים במעגל זה היא תוצאה של פעולת כוח מגנטי עליהם (**מדוע?**). אם הכוח הפועל על המטענים החופשיים איננו כוח מגנטי, לא נותר לנו אלא להניח כי מקורו בשדה חשמלי $\mathbf{E'}$, שדה שנוצר כתוצאה משינוי השטף המגנטי דרך המעגל; שינוי השטף נובע משינוי השדה המגנטי כפונקציה של הזמן, ולא משינוי השטח שדרכו קיים השטף המגנטי.



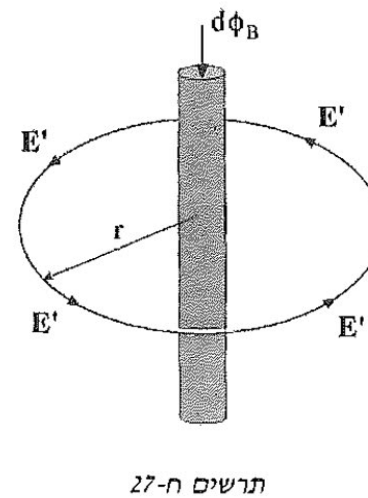
תרשים ח-26

נוכל לרשום זאת בצורה סמלית כך: $\frac{d\mathbf{B}}{dt} \Rightarrow \mathbf{E'}$.

אפשר להוכיח את קיומו של שדה זה ולבדוק את תכונותיו באמצעות חלקיקים טעונים - אלקטרונים, למשל. התחקות אחרי מסלול האלקטרונים מגלה כי קווי השדה החשמלי שנוצר סביב שדה מגנטי המשתנה בזמן הם תמיד קווים סגורים. כשהשדה המגנטי המשתנה בזמן הוא שדה אחיד, קווי השדה החשמלי שנוצר סביבו הם מעגלים קונצנטריים, בדומה לקווי השדה המגנטי המקיפים תייל ישר וארוך שדרכו זורם זרם חשמלי. מטעמי סימטריה ברור כי עוצמתו של השדה החשמלי בכל הנקודות הרחוקות אותו מרחק r ממרכז המעגלים הקונצנטריים - קבועה (תרשים ח-27).

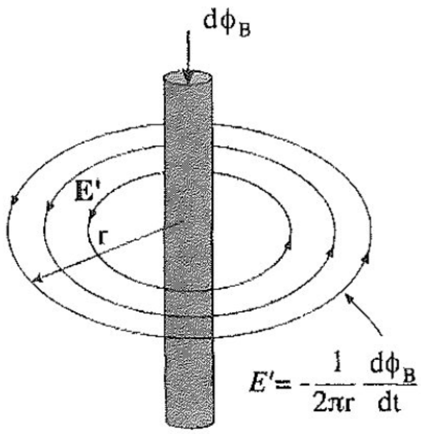
לפיכך, כאשר יחידת מטען חיובי מוסעת לאורך קו שדה חשמלי מעגלי, היא נדחפת ע״י שדה בעל עוצמה $\mathbf{E'}$ לאורך הדרך $2\pi r$. כתוצאה מכך, כל יחידת מטען מקבלת מן השדה החשמלי המושרה אנרגיה בשיעור $E' \cdot 2\pi r$. אנרגיה זו, המוענקת ליחידת מטען חיובי המקיפה מסלול מעגלי, אינה אלא הכא״מ המושרה, כלומר:

$$\varepsilon = E' \cdot 2\pi r$$



תרשים ח-27

* לביצוע הניסוי אפשר להשתמש בסילונית שליפופיה רבים וצפופים ואשר קצותיה מחוברים; סילונית כזאת נקראת **טורואיד**. השדה המגנטי של טורואיד מוגבל אך ורק למרחב המכותר ע״י הליפופים - אין כל שדה מגנטי מחוץ למרחב זה.



תרשים ח-28

אולם אנו יודעים כבר כי את הכא״מ המושרה אפשר לבטא על ידי קצב שינוי השטף המגנטי, לכן מתקיים (ראה תרשים ח-28):

$$E' \cdot 2\pi r = -\frac{d\phi_B}{dt}$$

$$\boxed{E' = -\frac{1}{2\pi r}\frac{d\phi_B}{dt}} \qquad \text{(ח-3)}$$

כאשר, כאמור, $\frac{d\phi_B}{dt}$ נובע מ $\frac{d\mathbf{B}}{dt}$.

לסיכומו של דבר, סביב שדה מגנטי אחיד המשתנה בזמן נוצר שדה חשמלי מושרה **'E** שצורתו מעגלית ועוצמתו נמצאת ביחס הפוך למרחק מן האזור המרכזי של השדה המגנטי. זהו שדה המזכיר לנו בצורתו את השדה המגנטי **B** המקיף זרם חשמלי (ראה פרק ו' עמוד 7). לשני השדות **'E** ו-**B**, קווי שדה סגורים (מעגליים), לכן הקפתם איננה מתאפסת. על סמך החשבון שעשינו קודם ידועה לנו הקפתו של השדה החשמלי:

$$\boxed{\oint_C \mathbf{E}' \cdot \mathbf{dr} = E' \cdot 2\pi r = -\frac{d\phi_B}{dt}} \qquad \text{(ח-4)}$$

(C - מסלול האינטגרציה הסגור, במקרה שלנו - מעגל).

קיימים אם כן שני סוגים של שדות חשמליים:

(א) שדות אלקטרוסטטיים (סימנו אותם באות **E**) - אלה שדות חשמליים הנוצרים ע״י גופים או חלקיקים טעונים, קווי השדה שלהם ״פתוחים״ - כלומר מתחילים במטענים חיוביים ומסתיימים במטענים שליליים (או באינסוף), והקפתם מתאפסת:

$$\oint_C \mathbf{E} \cdot \mathbf{dr} = 0$$

אלה **שדות משמרים**.

(ב) שדות חשמליים הנוצרים כתוצאה משינוי בזמן של שדות מגנטיים, (סימנו אותם ב-**'E**), קווי השדה שלהם סגורים, זאת אומרת אין להם התחלה או סוף, הקפתם שונה מאפס (כלומר הם **אינם משמרים**), והיא שווה לכא״מ המושרה:

$$\oint_C \mathbf{E}' \cdot \mathbf{dr} = \varepsilon = -\frac{d\phi_B}{dt}$$